裘錦秋中學(屯門)
二零零零至二零零一年度中五畢業試
數學試卷一　評分標準

甲部（1）(33　分)

1. $\dfrac{2x-1}{3} > x+2$

$2x-1 > 3x+6$

$\therefore$ $\underline{x < -7}$

2. $\dfrac{(a^{-2}b^4)^{\frac{1}{2}}}{(ab)^{-2}} = a^{-2\left(\frac{1}{2}\right)}b^{4\left(\frac{1}{2}\right)}a^2b^2$

$= \underline{\underline{ab^4}}$

3. **筒的容量**

$= \left[\pi(6)^2(25) + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{3}\pi(6)^3\right]\text{cm}^3$

$= \underline{\underline{1\ 044\pi\ \text{cm}^3}}$

4. 設 $\angle\text{ABE} = \angle\text{EBC} = x$ 及 $\angle\text{BCE} = \angle\text{ECA} = y$。

$2x + 2y + 50° = 180°$

$x + y = 65°$

$\angle\text{BEC} = 180° - (x+y)$

$= 180° - 65°$

$= \underline{\underline{115°}}$

5. 設 $f(x) = x^2 - 2x + 1$。
根據餘式定理,

$f(k) = \dfrac{k}{2}$

$\therefore$ $k^2 - 2k + 1 = \dfrac{k}{2}$

$2k^2 - 5k + 2 = 0$

$(2k-1)(k-2) = 0$

$\therefore$ $k = \underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$ 或 $\underline{\underline{2}}$

6. **(a)** 將 $y = 0$ 代入 ℓ_1，可得 $x = 5$。

$\therefore$ $\underline{\text{A 的坐標是 }(5, 0)}$。

(b) 將 $x = 0$ 代入 ℓ_1，可得 $y = -\dfrac{5}{2}$。

$\therefore$ ℓ_1 的斜率 $= \dfrac{0 - \left(-\frac{5}{2}\right)}{5-0} = \dfrac{1}{2}$

ℓ_2 的斜率 $= -2$

$\therefore$ ℓ_2 的方程是

$y - 0 = -2(x-5)$

即 $\underline{y = -2x + 10}$。

7. **(a)**

總盈利 $= \$(4\times 230 - 800)$

$= \underline{\underline{\$120}}$

(b)

盈利百分率 $= \dfrac{120}{800}\times 100\%$

$= \underline{\underline{15\%}}$

8. **(a)**

設所求的方程是 $v = a + bt$，其中 a 和 b 是非零常數。

當 $t = 1$ 時，$7 = a + b$ ……………(i)

當 $t = 3$ 時，$11 = a + 3b$ …………(ii)

(ii) − (i)： $2b = 4$

$\therefore$ $b = 2$

將 $b = 2$ 代入 (i)，可得

$a = 5$

$\therefore$ $\underline{v = 5 + 2t}$

(b)

當 $t = 10$ 時，$v = 5 + 2(10)$

$= \underline{\underline{25}}$

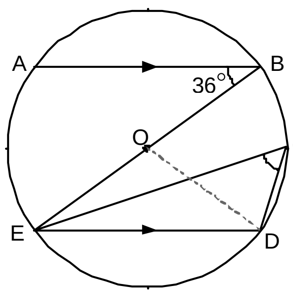
9. $(2x-3)^2 - 1 = 0$

$(2x-3)^2 = 1$

$2x - 3 = \pm 1$

$x = \underline{\underline{2}}$ 或 $\underline{\underline{1}}$

10.



連接 OD。

$\angle\text{BED} = \angle\text{ABE} = 36°$

$\angle\text{EOD} = 180° - \angle\text{BED} - \angle\text{ODE}$

$= 180° - 36° - 36°$

$= 108°$

$\angle\text{ECD} = \dfrac{1}{2}\angle\text{EOD}$

$= \dfrac{1}{2}\times 108°$

$= \underline{\underline{54°}}$

甲部（2）(33 分)

11. (a) (i)

$$OA + OB + \overset{\frown}{AB} = (6+\pi)\text{ cm}$$

$$2OB + \frac{\pi}{3}OB = (6+\pi)\text{ cm}$$

$$\left(\frac{6+\pi}{3}\right)OB = (6+\pi)\text{ cm}$$

$$OB = 3\text{ cm}$$

$\therefore$ <u>扇形的半徑是 3 cm。</u>

(ii)

$$\overset{\frown}{AB} = 2\pi(OB)\left(\frac{\theta}{360°}\right)$$

$$\therefore \frac{\pi}{3}OB = OB\cdot\frac{\pi\theta}{180°}$$

$$\theta = \underline{\underline{60°}}$$

(b)

$$\Delta OAM\text{ 的面積} = \frac{1}{2}OA\cdot OM\sin\theta$$

$$= \left[\frac{1}{2}(3)(3\cos 60°)\sin 60°\right]\text{cm}^2$$

$$= \underline{\underline{\frac{9\sqrt{3}}{8}\text{ cm}^2}}$$

(c)

陰影區域的面積

$$= \left[\pi(3)^2\times\frac{60°}{360°} - \frac{9\sqrt{3}}{8}\right]\text{cm}^2$$

$$= \underline{\underline{\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}\right)\text{cm}^2}}$$

12. (a)

平均時薪少於（$）	累積頻數
29.5	10
39.5	28
49.5	<u>60</u>
59.5	<u>148</u>
69.5	<u>171</u>
79.5	<u>178</u>
89.5	<u>184</u>

表 1

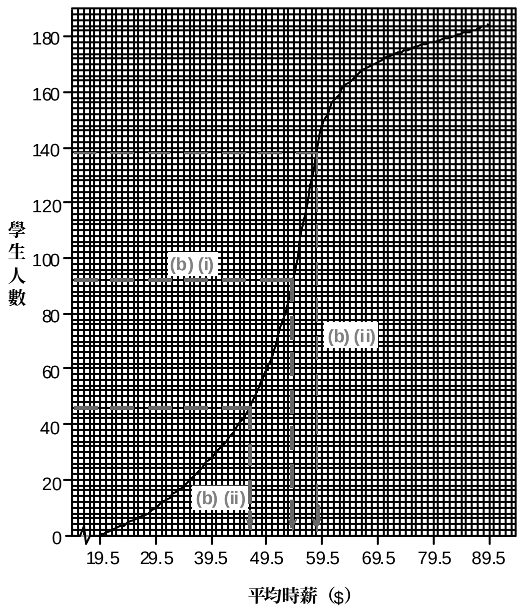
平均時薪（$）	學生人數
20 - 29	10
30 - 39	18
40 - 49	<u>32</u>
50 - 59	<u>88</u>
60 - 69	<u>23</u>
70 - 79	<u>7</u>
80 - 89	<u>6</u>

表 2

<u>從表 2 可得，眾數組是 *$50 - $59*。</u>

12. (b)

一群學生做暑期工的平均時薪



(i) 從圖像可得，

中位數 = $\underline{\underline{\$54.5}}$

(ii) 從圖像可得，

$Q_1 = \$46.5$

$Q_3 = \$58.5$

$\therefore$ 四分位數間距

$= \$(58.5 - 46.5)$

$= \underline{\underline{\$12}}$

13. (a) (i)

$$P(\text{A 取勝})$$

$$= \frac{1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)(1)$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

(ii)

$$P(\text{B 取勝}) = 1 - P(\text{A 取勝})$$

$$= 1 - \frac{3}{5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

(b)

$$P(\text{A 取勝})$$

$$= \frac{1}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right) + \cdots$$

$$= \frac{1}{5}\left[1 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 + \cdots\right]$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$$

(c) <u>抽出的球不再放回袋子內對 A 更有利。</u>

14. (a) (i) 將 $x=0$ 代入方程中，可得

$$0^2+0+4=k(0+1)$$
$$k=\underline{\underline{4}}$$

(ii) 當 $k=4$ 時，方程變成

$$x^2+x+4=4(x+1)$$
$$x^2-3x=0$$
$$x(x-3)=0$$
$$x=0 \text{ 或 } 3$$

∴ <u>另一個根是 3。</u>

(b)

已知方程可以寫成

$x^2+(1-k)x+4-k=0$。

(i) 由於該方程有兩個相等的實根，所以判別式 = 0。

∴ $(1-k)^2-4(1)(4-k)=0$

$$1-2k+k^2-16+4k=0$$
$$k^2+2k-15=0$$
$$(k+5)(k-3)=0$$

∴ $k=\underline{\underline{-5}}$ 或 $\underline{\underline{3}}$

(ii) 由於該方程有兩個相異的實根，所以判別式 > 0。

∴ $(1-k)^2-4(1)(4-k)>0$

$$k^2+2k-15>0$$
$$(k+5)(k-3)>0$$

∴ <u>$k<-5$ 或 $k>3$</u>

乙部(33 分)

15. (a)

E 的坐標 $=\left(-\dfrac{-4}{2},-\dfrac{-2}{2}\right)$

$=(2\ ,\ 1)$

PE 的斜率 $=\dfrac{5-1}{5-2}=\dfrac{4}{3}$

圓在 P 點的切線的斜率

$=\dfrac{-1}{\frac{4}{3}}=-\dfrac{3}{4}$

圓在 P 點的切線的方程是

$$y-5=-\frac{3}{4}(x-5)$$

$3x+4y-35=0$ ………………**(i)**

QE 的斜率 $=\dfrac{1-(-2)}{2-6}=-\dfrac{3}{4}$

圓在 Q 點的切線的斜率

$=\dfrac{-1}{-\frac{3}{4}}=\dfrac{4}{3}$

圓在 Q 點的切線的方程是

$$y-(-2)=\frac{4}{3}(x-6)$$

$4x-3y-30=0$ ………………**(ii)**

(i)$\times3+$**(ii)**$\times4$：$25x=225$

$$x=9$$

將 $x=9$ 代入 **(i)**，可得 $y=2$。

∴ <u>R 的坐標是 (9 , 2)。</u>

(b) (i)

$\angle EPR=90^\circ$ 和 $\angle EQR=90^\circ$	切線 ⊥ 半徑
∵ $\angle EPR+\angle EQR=180^\circ$	
∴ <u>P、R、Q、E 共圓。</u>	對角互補

(ii)

∵ $\angle EPR=90^\circ$

∴ ER 是圓 $\mathcal{C}_2$ 的直徑。

$\mathcal{C}_2$ 的圓心 = ER 的中點

$=\left(\dfrac{2+9}{2},\dfrac{1+2}{2}\right)$

$=\left(\dfrac{11}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

$\mathcal{C}_2$ 的半徑 $=\dfrac{1}{2}$ER

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{(9-2)^2+(2-1)^2}$

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{50}$

$\therefore$ $\mathscr{C}_2$ 的方程是

$$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\sqrt{50}\right)^2$$

$$x^2-11x+\frac{121}{4}+y^2-3y+\frac{9}{4}=\frac{50}{4}$$

即 $\underline{x^2+y^2-11x-3y+20=0}$。

16. **(a)** $\mathrm{A}(r\,,\,0)$，$\mathrm{B}(0\,,\,s)$

由於 OAPB **是一個正方形，所以** OA = OB。

$\therefore$ $r=s$ .... **(i)**

$\because$ $\mathrm{P}(r\,,\,s)$ **在曲線** $y=-x^2+2x+6$ **上**。

$\therefore$ $s=-r^2+2r+6$ ....**(ii)**

將 (i) 代入 (ii)，可得

$$r=-r^2+2r+6$$
$$r^2-r-6=0$$
$$(r-3)(r+2)=0$$
$$r=3 \text{ 或 } -2 \text{ (捨去)}$$

$\because$ $r=s=3$

$\therefore$ <u>P **的坐標是** $(3\,,\,3)$。</u>

(b) **(i)**

$$rs=5$$
$$r(-r^2+2r+6)=5$$
$$\therefore\ \underline{r^3-2r^2-6r+5=0}$$

(ii) **設** $f(r)=r^3-2r^2-6r+5$。

$f(3.3)=-0.643<0$

$f(3.4)=0.784>0$

$\therefore$ <u>r **的值在** 3.3 **與** 3.4 **之間**。</u>

利用分半方法，我們作出下表：

包含根 r_0 的區間 $r_1<r_0<r_2$	中間值 $r_m=\dfrac{r_1+r_2}{2}$	$f(r_1)$	$f(r_m)$	$f(r_2)$
$3.3<r_0<3.4$	3.35	−	+	+
$3.3<r_0<3.35$	3.325	−	−	+
$3.325<r_0<3.35$	3.338	−	−	+
$3.338<r_0<3.35$	3.344	−	−	+
$3.344<r_0<3.35$	3.347	−	+	+
$3.344<r_0<3.347$	3.346	−	−	+
$3.346<r_0<3.347$				

$\therefore$ <u>r **的值是** 3.35（**準確至二位小數**）。</u>

17. **(a)** **設** O **為** A_1B_1 **的中點**。

$$OC_2=\frac{1}{2}A_1B_1$$
$$=\sqrt{5}$$

設 $C_2D_2=x$。

由於 $OB_2{}^2+B_2C_2{}^2=OC_2{}^2$，**所以**

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2+x^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$$
$$x=2$$

(b) $T_1:T_2=\left(2\sqrt{5}\right)^2:2^2$

$=5:1$

(c) $T_1+T_2+T_3+\cdots$

$$=20+20\left(\frac{1}{5}\right)+20\left(\frac{1}{5}\right)^2+\cdots$$
$$=\frac{20}{1-\frac{1}{5}}$$
$$=25$$

(d) $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$ **周界** $=4\times2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

$\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$ **周界** $=4\times2=8$

$\therefore$**周界公比** $r=\dfrac{8}{8\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$$\therefore\ S_\infty=\frac{8\sqrt{5}}{1-\frac{1}{\sqrt{5}}}=\frac{40}{\sqrt{5}-1}$$
$$=\frac{40(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-(1)^2}$$
$$=10(\sqrt{5}+1)$$

18. (a) $\angle CAB = 180^{o} - 120^{o} = 60^{o}$.

$BC = \sqrt{20^2 + 30^2 - 2(20)(30)\cos 60^\circ}$ m

$= 10\sqrt{7}$ m

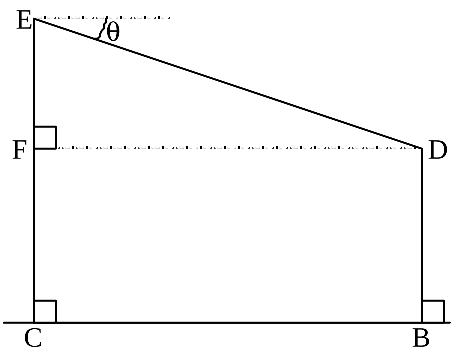
∴ **兩幢建築物在地面的距離是** $10\sqrt{7}$ **m。**

(b) **在** ΔABC **中，** $BD = (20\tan 45^{o})$ m

$= 20$ m

在 ΔACE **中，** $CE = (30\tan 60^{o})$ m

$= 30\sqrt{3}$ m



考慮包含 B、C、D **和** E **的平面。**
設從 E **測得** D **的俯角是** θ 。
參看附圖，

$\angle EDF = \theta$。

在 ΔEDF **中，**

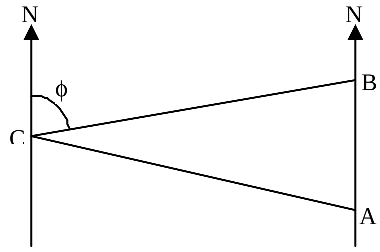
$$\tan\theta = \frac{EF}{DF}$$

$$= \frac{30\sqrt{3} - 20}{10\sqrt{7}}$$

$\theta = 50^{o}$ **(準確至最接近的度)**

∴ **從** E **測得** D **的俯角是** 50^{o}**。**

(c)



考慮包含 A、B **和** C **的平面。**
參看附圖，

$$\frac{BC}{\sin\angle CAB} = \frac{AB}{\sin\angle ACB}$$

$$\sin\angle ACB = \frac{20\sin 60^\circ}{10\sqrt{7}}$$

$\angle ACB = 40.893\ 4^{o}$

$f = 120^{o} - 40.893\ 4^{o}$

$= 79^{o}$ **(準確至最接近的度)**

∴ **從** E **測得** D **的方位角是** 079^{o}**。**

-- 評分標準完 --

裘錦秋中學(屯門)

二零零零至二零零一年度中五畢業試

數學試卷二

評分標準

1. C	**11.** B	**21.** C	**31.** A	**41.** D	**51.** D
2. A	**12.** C	**22.** C	**32.** A	**42.** B	**52.** E
3. E	**13.** D	**23.** B	**33.** C	**43.** C	**53.** E
4. B	**14.** E	**24.** D	**34.** A	**44.** B	**54.** D
5. C	**15.** D	**25.** D	**35.** E	**45.** E	
6. D	**16.** B	**26.** C	**36.** C	**46.** C	
7. B	**17.** D	**27.** B	**37.** A	**47.** A	
8. A	**18.** A	**28.** B	**38.** D	**48.** E	
9. A	**19.** B	**29.** C	**39.** B	**49.** E	
10. B	**20.** E	**30.** B	**40.** B	**50.** D	

-- 評分標準完 --