

方程的近似解

[第 1 - 14 題是不屬「剪裁課程」題目。]

1. 下列哪個區間必含有 $x^3 - 4x^2 + 2x + 2 = 0$ 的一個根？

- I. $2 < x < 3$
- II. $3 < x < 4$
- III. $-1 < x < 0$
- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. 只有 I 及 II
- E. 只有 II 及 III

2. 對於方程 $3\sin x - x + 1 = 0$ ，其中 x 是以弧度為單位，在下列哪一個區間中必有一個根？

- A. $0.5 < x < 0.8$
- B. $0.8 < x < 1$
- C. $1 < x < 2$
- D. $2 < x < 2.5$
- E. $2.5 < x < 3$

3.

| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 1 | -2 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |
| 4 | -1 |
| 5 | 3 |

從附表得知，方程 $f(x) = 0$ 在區間 $1 < x < 5$ 中最少有幾個根？

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

4. 從附表得知，下列哪個區間必定含有方程 $f(x) - x = 0$ 的一個根？

| | | | | | | |
|--------|----|----|------|-----|-----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | -5 | -1 | -0.5 | 0.2 | 0.5 | 3 |

- I. $-3 < x < -2$
- II. $-1 < x < 0$
- III. $1 < x < 2$
- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. 只有 I 及 III
- E. I、II 及 III

5. 對於函數 $y = f(x)$ ，求得 $f(2.275) > 0$ 和 $f(2.28) < 0$ 。 $f(x) = 0$ 的根是

- A. 2.277 5 (準確至四位小數)。
- B. 2.27 (準確至二位小數)。
- C. 2.28 (準確至二位小數)。
- D. 2.30 (準確至二位小數)。
- E. 2.275 (準確至三位小數)。

6.

| x | $f(x)$ 的正負號 |
|-------|-------------|
| 1.27 | + |
| 1.28 | + |
| 1.285 | + |
| 1.29 | - |

從上表得知， $f(x) = 0$ 的根是

- A. 1.28 (準確至三位有效數字)。
- B. 1.285 (準確至四位有效數字)。
- C. 1.287 5 (準確至五位有效數字)。
- D. 1.29 (準確至三位有效數字)。
- E. 1.290 (準確至四位有效數字)。

7.

| x | $f(x)$ 的正負號 |
|-------|-------------|
| 3.8 | + |
| 3.9 | - |
| 3.85 | - |
| 3.825 | - |

從上表得知， $f(x) = 0$ 的根是

- A. 3.9 (準確至二位有效數字)。
- B. 3.8 (準確至二位有效數字)。
- C. 3.85 (準確至三位有效數字)。
- D. 3.825 (準確至四位有效數字)。
- E. 3.812 5 (準確至五位有效數字)。

根據下表回答第 8 - 9 題。

某學生利用分半方法估計方程 $f(x) = 0$ 的根。下表顯示了他在不同的步驟中所得的包含根 x_0 的區間。

| 步驟 | 包含根 x_0 的區間 |
|----|---------------------------|
| 1 | $0.75 < x_0 < 0.8$ |
| 2 | $0.75 < x_0 < 0.775$ |
| 3 | $0.75 < x_0 < 0.762 5$ |
| 4 | $0.756 3 < x_0 < 0.762 5$ |
| 5 | $0.756 3 < x_0 < 0.759 4$ |
| 6 | $0.757 9 < x_0 < 0.759 4$ |
| 7 | $0.758 7 < x_0 < 0.759 4$ |

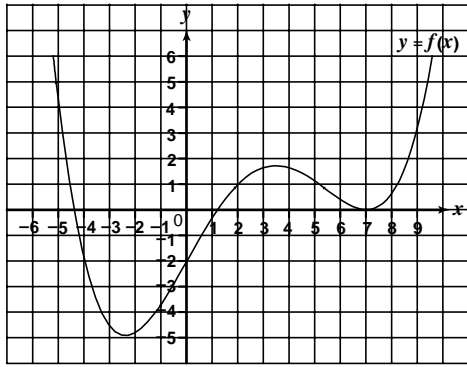
8. 在哪一個步驟的包含根 x_0 的區間中，可以得出準確至二位小數的根？

- A. 步驟 2
- B. 步驟 3
- C. 步驟 4
- D. 步驟 5
- E. 步驟 6

9. 關於根 x_0 ，下列何者正確？

- I. $x_0 = 0.8$ (準確至一位小數)。
- II. $x_0 = 0.77$ (準確至二位小數)。
- III. $x_0 = 0.759$ (準確至三位小數)。
- A. 只有 I
- B. 只有 I 及 II
- C. 只有 II 及 III
- D. 只有 I 及 III
- E. I、II 及 III

10.



根據附圖，當利用分半方法求方程 $f(x) = 0$ 的根 x_0 時，哪個區間可被取作為第 1 個包含根 x_0 的區間？

- I. $-5 < x < 0$
 II. $-5 < x < 2$
 III. $6 < x < 8$
- A. 只有 I
 B. 只有 II
 C. 只有 III
 D. 只有 I 及 II
 E. 只有 I 及 III
11. 對於函數 $f(x)$ ，已知 $f(-1)f(1) < 0$ ， $f(1)f(2) > 0$ 和 $f(2)f(3) = 0$ ，關於方程 $f(x) = 0$ ，下列何者必為正確？
- I. 該方程在 $-1 < x < 1$ 的區間中最少有一個根。
 II. 該方程在 $1 < x < 2$ 的區間中最少有一個根。
 III. $x = 3$ 是該方程的根。
- A. 只有 I
 B. 只有 II
 C. 只有 III
 D. 只有 I 及 III
 E. I、II 及 III
12. 已知方程 $f(x) = 0$ 。若 $f(a) > 0$ ， $f(b) < 0$ 和 $f(m) > 0$ ，其中 $m = \frac{a+b}{2}$ ，則該方程的根必在
- A. a 與 m 之間。
 B. m 與 b 之間。
 C. $f(a)$ 與 $f(m)$ 之間。
 D. $f(m)$ 與 $f(b)$ 之間。
 E. $f(m)$ 與 b 之間。
13. 下列哪個方程可以利用分半方法來解？
- I. $x^2 + 6x + 9 = 0$
 II. $x^2 - 4 = 0$
 III. $x^3 + 1 = 0$
- A. 只有 I
 B. 只有 II
 C. 只有 III
 D. 只有 II 及 III
 E. I、II 及 III

14. 已知 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，其中 $b > 0$ 。若對於 x 的所有值， $f(x) > 0$ ，問下列哪個區間必定含有 $f(x) = 0$ 的根？

- A. $0 < x < b$
 B. $\frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} < x < \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2}$
 C. $x < \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2}$ 或 $x > \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2}$
 D. $-\frac{a}{2} < x < b$
 E. 沒有區間含有 $f(x) = 0$ 的根。

- 測驗完 -