裘 錦 秋 中 學 (屯門)

二零零一至二零零二年度學年考試

中四級 附加數學

評分標準

甲部 (48 分)

1. (a) $(x+7)(x-1)+4x > (2x-1)(x+3)$

$x^2+6x-7+4x > 2x^2+5x-3$ 1M

$0 > x^2-5x+4$

$(x-1)(x-4) < 0$

$1 < x < 4$

所以，不等式的解是 $1 < x < 4$ # 2A

(b) $\dfrac{|x-2|}{2x-1} > 1$

(i) $x < \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{-(x-2)}{2x-1} > 1$

$-x+2 < 2x-1$

$x > 1$

∴ 不等式沒有解。 1A

(ii) $\dfrac{1}{2} < x < 2$

$\dfrac{-(x-2)}{2x-1} > 1$

$-x+2 > 2x-1$

$x < 1$

∴ 不等式的解是 $\dfrac{1}{2} < x < 1$。 1A

(iii) $x \geq 2$

$\dfrac{x-2}{2x-1} > 1$

$x-2 > 2x-1$

$x < -1$

∴ 不等式沒有解。 1A

所以，不等式的解是 $\dfrac{1}{2} < x < 1$ # 1A

Σ7

2. 設 OC = r cm 及 $\overset{\frown}{CD}$ = s cm。

$24 = \frac{1}{2}rs$ ……(1) 2M

$2r + s = 20$ ……(2) 2M

把 (2) 代入 (1)，可得

$$
\begin{aligned}
48 &= r(20 - 2r) \\
r^2 - 10r + 24 &= 0 \\
r &= 4 \text{ 或 } 6_{\#}
\end{aligned}
$$
2A

當 $r = 4$ 時， $s = 12$。

$\therefore \angle COD = \frac{s}{r}$ 1M

$= 3$ 弧度$_{\#}$ 1A

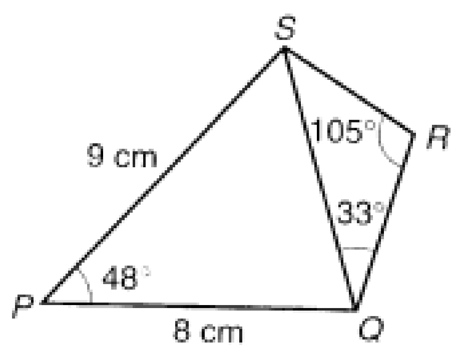
當 $r = 6$ 時， $s = 8$。

$\therefore \angle COD = \frac{4}{3}$ 弧度$_{\#}$ 1A

Σ9

3. $SQ = \sqrt{9^2 + 8^2 - 2(9)(8)\cos 48^\circ}$ 1M

$= 6.9746$ cm$_{\#}$ 1A



$\frac{SQ}{\sin 105^\circ} = \frac{SR}{\sin 33^\circ}$ 1M

$SR = 3.93$ cm$_{\#}$ 1A

$\angle QSR = 180^\circ - 33^\circ - 105^\circ$ 1M

$= 42^\circ$

$\frac{RQ}{\sin 42^\circ} = \frac{SQ}{\sin 105^\circ}$ 1M

$RQ = 4.83$ cm$_{\#}$ 1A

Σ7

4. (a) 右方 $= \frac{a^2 + c^2}{b^2}$

$= \frac{(2R\sin A)^2 + (2R\sin C)^2}{(2R\sin B)^2}$ 2M

$= \frac{\sin^2 A + \sin^2 C}{\sin^2 B}$ = 左方 1A

4. (b) 左方 $= \cos A+\cos B+\cos C$

$= 2\cos(\frac{A+B}{2})\cos(\frac{A-B}{2})+\cos C$

$= 2\cos(\frac{\pi-C}{2})\cos(\frac{A-B}{2})+\cos C$ 1M

$= 2\sin\frac{C}{2}\cos(\frac{A-B}{2})+1-2\sin^2(\frac{C}{2})$ 1M＋1M

$= 1+2\sin\frac{C}{2}[\cos(\frac{A-B}{2})-\sin\frac{C}{2}]$

$= 1+2\sin\frac{C}{2}[\cos(\frac{A-B}{2})-\sin(\frac{\pi-A-B}{2})]$

$= 1+2\sin\frac{C}{2}[\cos(\frac{A-B}{2})-\cos(\frac{A+B}{2})]$

$= 1+2\sin\frac{C}{2}[-2\sin\frac{A}{2}\sin(-\frac{B}{2})]$ 1M

$= 1+4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$ ＝ 右方

Σ7

5. (a) △ABC 的面積 $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ r+1 & r-1 \\ r+2 & r+2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ 2M

$= \frac{1}{2}[(2r-2+r^2+3r+2+r+2)-(r+1+r^2+r-2+2r+4)]$

$= \frac{2r-1}{2}$ # 1A

(b) 若 A、B 和 C 三點共線，則 △ABC 的面積 ＝ 0。 2M

∴ $2r-1 = 0$ 1A

$r = \frac{1}{2}$ #

Σ6

6. (a) $\frac{4}{m} = \frac{8}{6}$

∴ $m = 3$ # 2A

(b) 兩直線的距離 $= \left|\frac{-20-15}{\sqrt{8^2+(-6)^2}}\right|$ 2M

$= \left|\frac{-35}{10}\right|$

$= \frac{7}{2}$ # 2A

Σ6

7. 設 $P = (x, y)$

$\left(\frac{6-2}{3-1}\right)\left(\frac{y-6}{x-3}\right) = -1$ 2M＋2M

$2(y-6) = -(x-3)$

$x+2y-15 = 0$

∴ P 點的軌跡方程是 $x+2y-15 = 0$ # 2A

Σ6

乙部 (52 分)

8. $1-7y+k(x+y+1)=0$

$kx+(k-7)y+(k+1)=0$ …………… (1) 2M

(a) 把 (0, 2) 代入 (1)，可得 1M

$1-14+3k=0$

$k=\dfrac{13}{3}$ 2A

因此，所求的直線方程是

$1-7y+\dfrac{13}{3}(x+y+1)=0$ 2M

$13x-8y+16=0$ # 2A

(b) (1) 的斜率 $=\dfrac{k}{7-k}$ 2M

$3=\dfrac{k}{7-k}$ 2M

$k=\dfrac{21}{4}$ 2A

因此，所求的直線方程是

$1-7y+\dfrac{21}{4}(x+y+1)=0$

$21x-7y+25=0$ # 2A

(c) $1=\left|\dfrac{k+1}{\sqrt{k^2+(k-7)^2}}\right|$ 2M

$1=\dfrac{(k+1)^2}{k^2+(k-7)^2}$ 1M

$k^2-16k+48=0$

$\therefore$ $k=4$ 或 12 2A

當 $k=4$ 時，直線方程：

$1-7y+4(x+y+1)=0$

$4x-3y+5=0$ # 2A

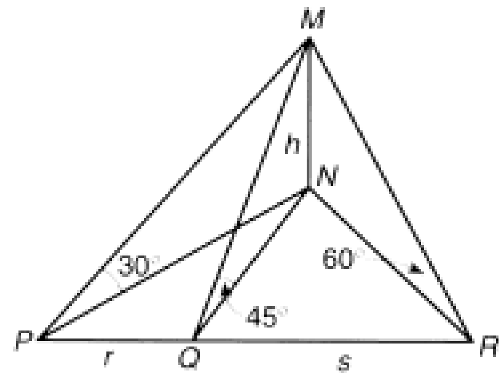
當 $k=12$ 時，直線方程：

$1-7y+12(x+y+1)=0$

$12x+5y+13=0$ # 2A

Σ26

9. (a) (i) 考慮△PMN



$$PN = \frac{h}{\tan 30°} \quad \text{1M}$$

$$= \sqrt{3}\,h \;\# \quad \text{2A}$$

(ii) 考慮△QMN

$$QN = h \;\# \quad \text{2A}$$

(iii) 考慮△PQN

$$\cos\angle PQN = \frac{PQ^2 + QN^2 - PN^2}{2(PQ)(QN)} \quad \text{2M}$$

$$= \frac{r^2 + h^2 - 3h^2}{2rh} \quad \text{2M}$$

$$= \frac{r^2 - 2h^2}{2rh} \;\# \quad \text{2A}$$

(b) (i) 考慮△RMN

$$NR = \frac{h}{\tan 60°}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{3}} \;\# \quad \text{2A}$$

(ii) 考慮△QNR

$$\cos\angle NQR = \frac{QN^2 + QR^2 - NR^2}{2(QN)(QR)} \quad \text{2M}$$

$$= \frac{h^2 + s^2 - \frac{h^2}{3}}{2hs} \quad \text{2M}$$

$$= \frac{2h^2 + 3s^2}{6hs} \;\# \quad \text{2A}$$

(c)

$$\cos\angle PQN = -\cos\angle NQR$$

$$\frac{r^2 - 2h^2}{2rh} = -\frac{2h^2 + 3s^2}{6hs} \quad \text{2A}$$

$$6sh^2 - 3r^2s = 2rh^2 + 3rs^2 \quad \text{2M}$$

$$\therefore \quad h = \sqrt{\frac{3rs(r+s)}{6s - 2r}} \quad (\because 0 < r < 3s)$$ 2A＋1A(捨去負數)

Σ26

評分標準完