

# 裘錦秋中學(屯門)

二零零二至二零零三年度中五畢業試

## 數學 試卷一 試題答題簿

7 / 3 / 2003

本試卷必須用中文作答

上午八時三十分至上午十時三十分(二小時完卷)

1. 在本封面的適當位置填寫姓名、班別及學號。
2. 本試卷分三部，甲部(1)、甲部(2)和乙部。每部各佔 33 分。
3. 甲部(1)及甲部(2)各題全答，乙部選答三題。答案須寫在本試題答題部中預留的空位內。如有需要，可要求派發補充答題紙。每張紙均須寫上姓名、班別及學號，並用繩縛於簿內。
4. 在本封面的適當位置填寫乙部中選答試題的編號。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案可用真確值表示，亦可用近似值表示，惟須準確至三位有效數字。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

姓名	
班別	
學號	

甲部試題編號	積分
1 – 3	
4 – 5	
6 – 7	
8 – 9	
10 – 11	
12	
13	
14	
甲部總分	

乙部試題編號 (由考生填寫)	積分
乙部總分	

## 參 考 公 式

球 體	表 面 積	=	$4\pi r^2$
	體 積	=	$\frac{4}{3}\pi r^3$
圓 柱	側 面 積	=	$2\pi r h$
	體 積	=	$\pi r^2 h$
圓 錐	側 面 積	=	$\pi r l$
	體 積	=	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
角 柱	體 積	=	底面積×高
角 錐	體 積	=	$\frac{1}{3}\times$ 底面積×高

### 甲部 (1) (33 分)

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

1. 求當  $x^3 - 5$  除以  $x + 3$  時所得的餘數。 (3 分)

---



---

2. 化簡  $\frac{\sqrt{x^7}}{x^{-2}}$ ，並以正指數表示答案。 (2 分)

---



---



---

3. 某珠寶推銷員的收入是每月的底薪 \$6 000 加上該月總銷售額的佣金。佣金按下表計算：

	佣金額
最初的 \$160 000 銷售額	沒有
其次的 \$160 000 銷售額	銷售額的 1.5%
餘下的銷售額	銷售額的 2%

- 某月，他的總銷售額是 \$403 000。計算該月他的總收入。 (4 分)

---



---



---

4. 在圖 1 中，ABCDE 是一個以 O 為圓心的圓。BOE 是一條直線。若  $AB \parallel ED$  和  $\angle ABE = 36^\circ$ ，求  $\angle ECD$ 。  
(4 分)

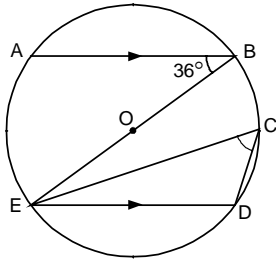


圖 1

---

---

---

---

---

---

---

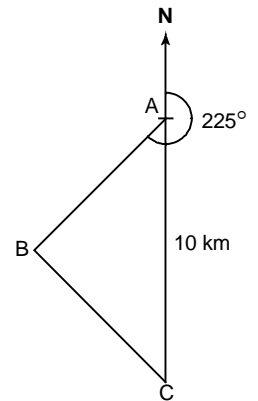
---

---

---

5. 在圖 2 中，A, B 和 C 三點在同一地平面上，且  $\angle ABC = 90^\circ$ 。求

- (a) 由 C 測得 B 的真方位角；  
(b) A 與 B 之間的距離。



(5 分)

圖 2

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

6. 在圖 3 中，BCD 是一條直線。求

(a) BD；

(b) AE。

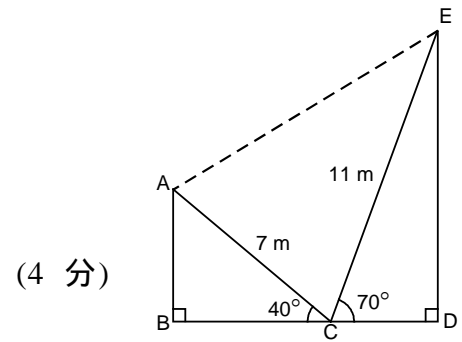


圖 3

---

---

---

---

---

---

---

---

---

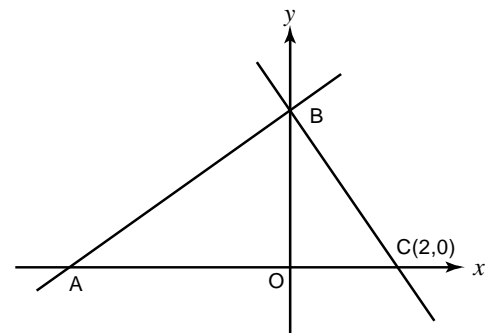
---

7. 在圖 4 中，直線 AB 的方程是  $3x - 4y + 12 = 0$ 。

求

(a) A 的坐標；

(b)  $\triangle ABC$  的面積。



(5 分)

圖 4

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



**甲部 (2) (33 分)**

本部各題全答，答案須寫在預留的空位內。

10. 考慮二次方程  $x^2 + x + 4 = k(x+1)$ 。

(a) 若該方程的一個根是零，求

(3 分)

(i)  $k$  的值；

---

---

---

(ii) 另一個根。

---

---

---

---

---

(b) 若該方程有兩個相等的實根，求  $k$  的值。

(2 分)

---

---

---

---

---

---

---

11.  $C$  是  $A$  和  $B$  兩部分之和。 $A$  隨  $t$  的立方正變，而  $B$  隨  $t$  的平方反變。當  $t = 1$  時， $C = 29$ ；當  $t = 2$  時， $C = 46$ 。

(a) 試以  $t$  表示  $C$ 。

(6 分)

---

---

---

---

---

---

---

(b) 求當  $t = 3$  時  $C$  的值。

(2 分)

---

---

---

---

---

---

---

---

12. 圖 5 所示為一個邊長 10 cm 的正方形。X 和 Y 分別是 AB 和 AD 上的兩點，並使  $AX = AY = k$  cm。 $\triangle CXY$  的面積是  $32 \text{ cm}^2$ 。

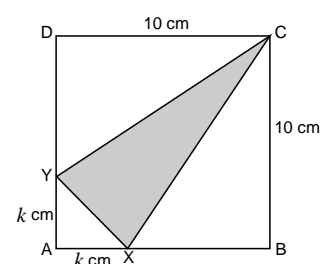


圖 5

(a) (i) 求  $\triangle AXY$  和  $\triangle XBC$  的面積，答案以  $k$  表示。

(6 分)

---

---

---

---

---

---

---

---

(ii) 由此，證明  $k^2 - 20k + 64 = 0$ 。

---

---

---

---

---

---

---

---

(b) 利用 (a)(ii) 的結果，求  $k$  的值。

(2 分)

---

---

---

---

---

---

---

---

13. 將等差序列  $1, 4, 7, 10, \dots$  的項依下列方法分成  $G_1, G_2, G_3, \dots$  各組：

$\overbrace{(1)}^{G_1}, \overbrace{(4, 7)}^{G_2}, \overbrace{(10, 13, 16)}^{G_3}, \dots$ , 使組  $G_n$  中有  $n$  項。

(a) 求首 5 組內項的總數。 (1 分)

---

---

---

---

---

(b) 求，答案以  $n$  表示， (6 分)

(i) 首  $n$  組內項的總數；

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

(ii) 首  $n$  組內所有項之和。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

14. 圖 6 中的累積頻數多邊形所示為某中一班學生上學時書包重量的分佈。

中一學生書包的重量

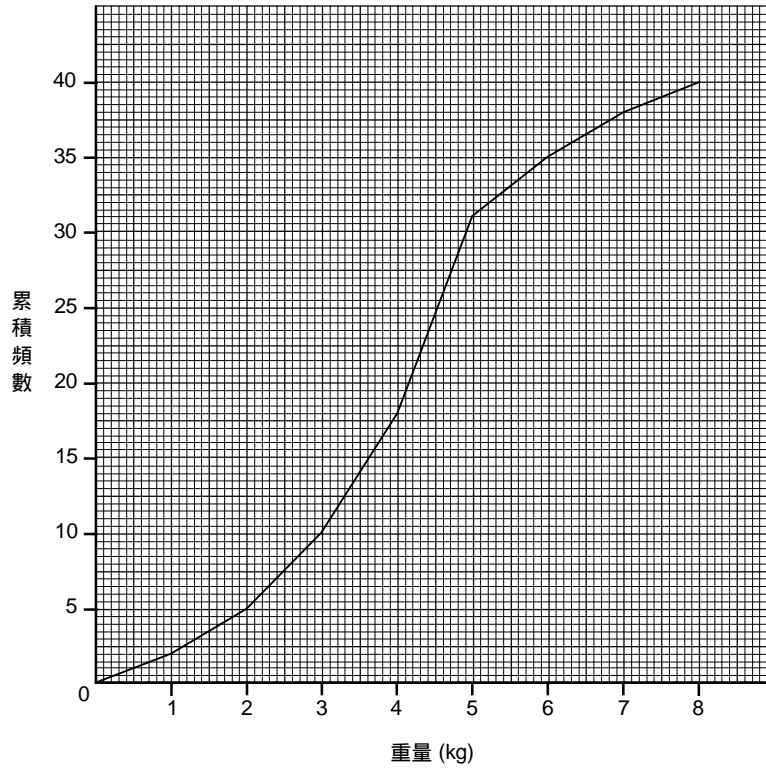


圖 6

(a) 完成以下的頻數分佈表。

(3 分)

書包的重量 (kg)	組中點 (kg)	頻數
$0 < x \leq 1$	0.5	2
$1 < x \leq 2$		
$2 < x \leq 3$		
$3 < x \leq 4$		
$4 < x \leq 5$		
$5 < x \leq 6$		
$6 < x \leq 7$		
$7 < x \leq 8$		

(b) 求書包重量的平均數和標準差。(不必列出算式。)

(2 分)

---



---









17. (a) 於圖 8 中，將代表下列限制條件的解的區域塗上陰影：

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 5x - 2y > 15 \end{cases}$$

(4 分)

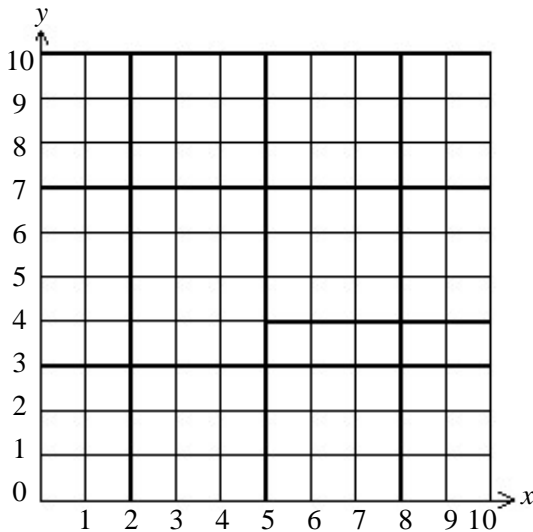


圖 8

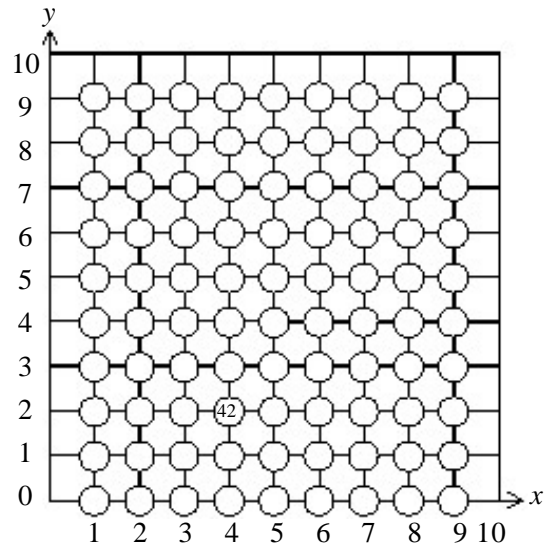


圖 9

(b) 某餐廳有 90 張餐桌。圖 9 顯示這餐廳的平面圖，每一個圓圈代表一張餐桌。每張餐桌編上一個由 10 至 99 的兩位數桌號。在餐廳的平面圖上引入一直角坐標系使  $10x + y$  號餐桌位於  $(x, y)$ ，其中  $x, y$  依次為桌號的十位數及個位數。圖中已標示 42 號餐桌作為示例。

該餐廳劃分為吸煙與非吸煙兩區。只有桌號的十位及個位數是滿足 (a) 中限制條件的餐桌才是位於吸煙區。

- (i) 於圖 9 中，將所有代表位於吸煙區內餐桌的圓圈塗上陰影。
- (ii) 從這 90 張餐桌中，隨機地先後選取兩張不同桌號的餐桌。求以下事件的概率：
  - (I) 第一張選出的餐桌是位於吸煙區內；
  - (II) 兩張選出的餐桌中，一張位於吸煙區內，而另一張則位於非吸煙區內及其桌號是 3 的倍數。

(7 分)

---



---



---



---



---



---



---



---







**裘錦秋中學(屯門)**  
 二零零二至二零零三年度中五畢業試  
 數學試卷一 評分標準

**甲部 (1) (33 分)**

1.

設  $f(x) = x^3 - 5$ 。

根據餘式定理，

$$\text{餘數} = f(-3) = (-3)^3 - 5 = \underline{\underline{-32}}$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^7}}{x^{-2}} &= \frac{x^{\frac{7}{2}}}{x^{-2}} \\ &= x^{\frac{7}{2} - (-2)} \\ &= x^{\frac{11}{2}} \end{aligned}$$

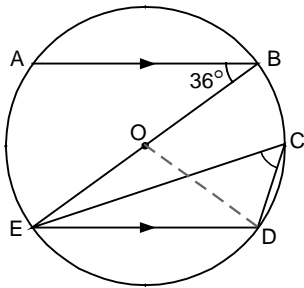
3.

佣金總數

$$\begin{aligned} &= \$[160\,000 \times 1.5\% + (403\,000 - 160\,000 - \\ &\quad 160\,000) \times 2\%] \\ &= \$4\,060 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{該月他的總收入} &= \$(6\,000 + 4\,060) \\ &= \underline{\underline{\$10\,060}} \end{aligned}$$

4.



連接 OD。

$$\angle BED = \angle ABE = 36^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle EOD &= 180^\circ - \angle BED - \angle ODE \\ &= 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ \\ &= 108^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle ECD &= \frac{1}{2} \angle EOD \\ &= \frac{1}{2} \times 108^\circ \\ &= \underline{\underline{54^\circ}} \end{aligned}$$

5. (a)  $\angle BAC = 225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$

$$\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{由 C 測得 B 的真方位角} &= 360^\circ - 45^\circ \\ &= \underline{\underline{315^\circ}} \end{aligned}$$

5. (b)

$$\begin{aligned} AB &= 10 \cos 45^\circ \text{ km} \\ &= \underline{\underline{7.07 \text{ km}}} \text{ (準確至三位有效數字)} \end{aligned}$$

6. (a)

$$\begin{aligned} BD &= BC + CD \\ &= (7 \cos 40^\circ + 11 \cos 70^\circ) \text{ m} \\ &= \underline{\underline{9.12 \text{ m}}} \text{ (準確至三位有效數字)} \end{aligned}$$

(b)

$$\angle ACE = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$$

在  $\triangle ACE$  中，

$$\begin{aligned} AE &= \sqrt{7^2 + 11^2 - 2(7)(11) \cos 70^\circ} \text{ m} \\ &= \underline{\underline{10.8 \text{ m}}} \text{ (準確至三位有效數字)} \end{aligned}$$

7. (a) 將  $y = 0$  代入  $3x - 4y + 12 = 0$ ，可得

$$3x + 12 = 0$$

$$\therefore x = -4$$

$\therefore$  A 的坐標是  $(-4, 0)$ 。

(b) 將  $x = 0$  代入  $3x - 4y + 12 = 0$ ，可得

$$-4y + 12 = 0$$

$$y = 3$$

$$\therefore OB = 3$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} (AC)(OB) \\ &= \frac{1}{2} [2 - (-4)](3) \\ &= \underline{\underline{\frac{9}{2}}} \end{aligned}$$

8.

$$\frac{2x-1}{3} > x+2$$

$$2x-1 > 3x+6$$

$$\therefore \underline{\underline{x < -7}}$$

9. (a) 所需概率 =  $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

$$= \frac{1}{100}$$

(b) 所需概率 =  $\frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$

$$= \frac{81}{100}$$

甲部 (2) (33 分)

10. (a) (i) 將  $x=0$  代入方程中, 可得

$$\begin{aligned} 0^2 + 0 + 4 &= k(0+1) \\ k &= \underline{4} \end{aligned}$$

(ii) 當  $k=4$  時, 方程變成

$$\begin{aligned} x^2 + x + 4 &= 4(x+1) \\ x^2 - 3x &= 0 \\ x(x-3) &= 0 \\ x &= 0 \text{ 或 } 3 \end{aligned}$$

∴ 另一個根是 3。

(b)

已知方程可以寫成

$$x^2 + (1-k)x + 4 - k = 0.$$

由於該方程有兩個相等的實根, 所以判別式 = 0。

$$\therefore (1-k)^2 - 4(1)(4-k) = 0$$

$$1 - 2k + k^2 - 16 + 4k = 0$$

$$k^2 + 2k - 15 = 0$$

$$(k+5)(k-3) = 0$$

$$\therefore k = \underline{-5} \text{ 或 } \underline{3}$$

11. (a) 設所求的方程是  $C = at^3 + \frac{b}{t^2}$ , 其中  $a, b$  是非零常數。

$$\begin{aligned} \text{當 } t=1 \text{ 時, } 29 &= a(1)^3 + \frac{b}{(1)^2} \\ a+b &= 29 \dots\dots\dots\text{(i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{當 } t=2 \text{ 時, } 46 &= a(2)^3 + \frac{b}{(2)^2} \\ 32a+b &= 184 \dots\dots\dots\text{(ii)} \end{aligned}$$

$$\text{(ii)-(i): } 31a = 155$$

$$\therefore a = 5$$

將  $a=5$  代入 (i), 可得  $b=24$ 。

$$\therefore C = \underline{5t^3 + \frac{24}{t^2}}$$

(b)

$$\begin{aligned} \text{當 } t=3 \text{ 時, } C &= 5(3)^3 + \frac{24}{(3)^2} \\ &= \underline{\underline{\frac{413}{3}}} \end{aligned}$$

12. (a) (i)

$$\begin{aligned} \triangle AXY \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \cdot AX \cdot AY \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2}k^2 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle XBC \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \cdot BX \cdot BC \\ &= \left[ \frac{1}{2} \times (10-k) \times 10 \right] \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{5(10-k) \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

12. (a) (ii) ABCD 的面積和  $\triangle CXY$  的面積分別是  $100 \text{ cm}^2$  和  $32 \text{ cm}^2$ , 而  $\triangle CDY$  的面積 =  $\triangle XBC$  的面積。

$$5(10-k) + \frac{1}{2}k^2 + 5(10-k) + 32 = 100$$

$$10(10-k) + k^2 + 10(10-k) + 64 = 200$$

$$\therefore \underline{k^2 - 20k + 64 = 0}$$

(b)

$$k^2 - 20k + 64 = 0$$

$$(k-4)(k-16) = 0$$

$$\therefore k = 4 \text{ 或 } 16$$

$$\because 0 < k < 10$$

$$\therefore k = \underline{4}$$

13. (a)

首 5 組內項的總數

$$= 1+2+3+4+5$$

$$= \underline{\underline{15}}$$

(b) (i)

首  $n$  組內項的總數

$$= 1+2+3+\dots+n$$

$$= \underline{\underline{\frac{n(n+1)}{2}}}$$

(ii)

首  $n$  組內所有項之和

$$= \frac{\frac{n(n+1)}{2} \left\{ 2(1) + \left[ \frac{n(n+1)}{2} - 1 \right] (3) \right\}}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{4} \left[ \frac{2(2) + (n^2 + n - 2)(3)}{2} \right]$$

$$= \underline{\underline{\frac{n}{8}(n+1)(3n^2 + 3n - 2)}}$$

14. (a)

書包的重量 (kg)	組中點 (kg)	頻數
$0 < x \leq 1$	0.5	2
$1 < x \leq 2$	<u>1.5</u>	<u>3</u>
$2 < x \leq 3$	<u>2.5</u>	<u>5</u>
$3 < x \leq 4$	<u>3.5</u>	<u>8</u>
$4 < x \leq 5$	<u>4.5</u>	<u>13</u>
$5 < x \leq 6$	<u>5.5</u>	<u>4</u>
$6 < x \leq 7$	<u>6.5</u>	<u>3</u>
$7 < x \leq 8$	<u>7.5</u>	<u>2</u>

(b) 利用計算機,

$$\text{平均數, } \bar{x} = \underline{\underline{4.025 \text{ kg}}}$$

標準差,  $\sigma$

$$= \underline{\underline{1.67 \text{ kg}}} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

$$\boxed{1.673 \text{ 1}}$$

乙部(33 分)

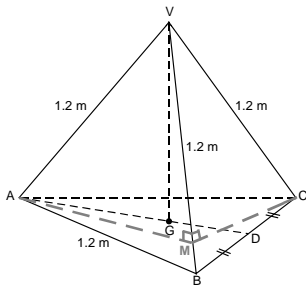
15. (a) (i)  $AD \perp BC$   
 $AD = AB \sin \angle ABD$   
 $= (1.2 \sin 60^\circ) \text{ m}$

$AG = \frac{2}{3} AD$   
 $= (0.8 \sin 60^\circ) \text{ m}$

$VG = \sqrt{AV^2 - AG^2}$   
 $= \sqrt{1.2^2 - (0.8 \sin 60^\circ)^2} \text{ m}$   
 $= 0.980 \text{ m}$  (準確至三位有效數字)

$\therefore$  V 在地平面之上的高度是 0.980 m。

(ii)



設 M 是 VB 上的一點，並使  $AM \perp VB$  和  $CM \perp VB$ 。

所求的角是  $\angle AMC$ 。

$AM = MC = (1.2 \sin 60^\circ) \text{ m}$   
 $\cos \angle AMC = \frac{AM^2 + MC^2 - AC^2}{2AM \cdot MC}$   
 $= \frac{2(1.2 \sin 60^\circ)^2 - 1.2^2}{2(1.2 \sin 60^\circ)^2}$   
 $= \frac{1}{3}$

$\therefore \angle AMC = 70.5^\circ$  (準確至三位有效數字)

$\therefore$  所求的角是  $70.5^\circ$ 。

(b) (i) 現在  $HA = HB = HC = 1.5 \text{ m}$ 。

$\cos \angle ABH = \frac{AB^2 + HB^2 - HA^2}{2AB \cdot HB}$   
 $= \frac{1.2^2 + 1.5^2 - 1.5^2}{2(1.2)(1.5)}$   
 $= 0.4$

$\angle ABH = 66.4^\circ$  (準確至三位有效數字)

(ii) 所求的高度是 HG。

$HG = \sqrt{HA^2 - AG^2}$   
 $= \sqrt{1.5^2 - (0.8 \sin 60^\circ)^2} \text{ m}$   
 $= 1.33 \text{ m}$  (準確至三位有效數字)

$\therefore$  H 在地平面之上的高度是 1.33 m。

16. (a)  $\mathcal{C}: 9x^2 + 9y^2 - 18x + 6y - 170 = 0$   
 $x^2 + y^2 - 2x + \frac{2}{3}y - \frac{170}{9} = 0$

$\mathcal{C}$  的圓心 =  $\left( -\frac{-2}{2}, -\frac{\frac{2}{3}}{2} \right)$

$= \left( 1, -\frac{1}{3} \right)$

$= \sqrt{1^2 + \left( -\frac{1}{3} \right)^2} - \left( -\frac{170}{9} \right)$

$\mathcal{C}$  的半徑 =  $\sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$

(b)  $\begin{cases} 6x - 3y + 23 = 0 & \dots\dots\dots(i) \\ 9x^2 + 9y^2 - 18x + 6y - 170 = 0 & \dots(ii) \end{cases}$

從 (i),  $x = \frac{3y - 23}{6}$   $\dots\dots\dots(iii)$

將 (iii) 代入 (ii), 可得

$9\left(\frac{3y - 23}{6}\right)^2 + 9y^2 - 18\left(\frac{3y - 23}{6}\right) + 6y - 170 = 0$

$\frac{(3y - 23)^2}{4} + 9y^2 - 3(3y - 23) + 6y - 170 = 0$

$9y^2 - 138y + 529 + 36y^2 - 36y + 276 +$

$24y - 680 = 0$

$45y^2 - 150y + 125 = 0$

$9y^2 - 30y + 25 = 0$

$(3y - 5)^2 = 0$

$\therefore y = \frac{5}{3}$

將  $y = \frac{5}{3}$  代入 (iii), 可得

$x = \frac{3\left(\frac{5}{3}\right) - 23}{6} = -3$

$\therefore$  P 的坐標是  $\left( -3, \frac{5}{3} \right)$ 。

(c) 設 Q(a, b) 是所求的切線和  $\mathcal{C}$  的交點。

$\mathcal{C}$  的圓心 = PQ 的中點

$\begin{cases} \frac{1}{2}(-3 + a) = 1 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{5}{3} + b\right) = -\frac{1}{3} \end{cases}$

$\therefore a = 5, b = -\frac{7}{3}$

所求的切線的斜率

= L 的斜率

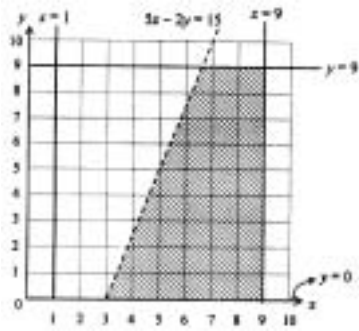
= 2

$\therefore$  所求的切線的方程是

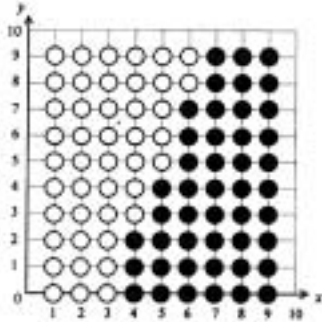
$y - \left( -\frac{7}{3} \right) = 2(x - 5)$

$6x - 3y - 37 = 0$

17. (a)



(b) (i)



(ii) (I) 所需概率 =  $\frac{46}{90}$   
 $= \frac{23}{45}$

(II) 所需概率 =  $\frac{46}{90} \times \frac{14}{89} + \frac{14}{90} \times \frac{46}{89}$   
 $= \frac{644}{4005}$

18. (a)  $A(r, 0)$ ,  $B(0, s)$

由於  $OAPB$  是一個正方形，所以  $OA = OB$ 。

$\therefore r = s$  ..... (i)

$\therefore P(r, s)$  在曲線  $y = -x^2 + 2x + 6$  上。

$\therefore s = -r^2 + 2r + 6$  ..... (ii)

將 (i) 代入 (ii)，可得

$$r = -r^2 + 2r + 6$$

$$r^2 - r - 6 = 0$$

$$(r-3)(r+2) = 0$$

$$r = 3 \text{ 或 } -2 \text{ (捨去)}$$

$\therefore r = s = 3$

$\therefore$  P 的坐標是 (3, 3)。

(b) (i)

$$rs = 5$$

$$r(-r^2 + 2r + 6) = 5$$

$$\therefore r^3 - 2r^2 - 6r + 5 = 0$$

(ii) 設  $f(r) = r^3 - 2r^2 - 6r + 5$ 。

$$f(3.3) = -0.643 < 0$$

$$f(3.4) = 0.784 > 0$$

$\therefore$  r 的值在 3.3 與 3.4 之間。

利用分半方法，我們作出下表：

包含根 $r_0$ 的區間 ( $r_1 < r_0 < r_2$ )	$f(r_1)$	$f(r_2)$	中間值 ( $r_m$ )	$f(r_m)$
$3.3 < r_0 < 3.4$	-	+	3.35	+
$3.3 < r_0 < 3.35$	-	+	3.325	-
$3.325 < r_0 < 3.35$	-	+	3.3375	-
$3.3375 < r_0 < 3.35$	-	+	3.34375	-
$3.34375 < r_0 < 3.35$	-	+	3.346875	+
$3.34375 < r_0 < 3.346875$	-	+	3.3453125	-
$3.3453125 < r_0 < 3.346875$	-	+		

$\therefore$  r 的值是 3.35 (準確至二位小數)。

[另一種解的表達形式]

設  $f(r) = r^3 - 2r^2 - 6r + 5$ 。

$$f(3.3) = -0.643 < 0$$

$$f(3.4) = 0.784 > 0$$

$\therefore$  r 的值在 3.3 與 3.4 之間。

利用分半方法，我們作出下表：

包含根 $r_0$ 的區間 $r_1 < r_0 < r_2$	中間值 $r_m = \frac{r_1 + r_2}{2}$	$f(r_1)$	$f(r_m)$	$f(r_2)$
$3.3 < r_0 < 3.4$	3.35	-	+	+
$3.3 < r_0 < 3.35$	3.325	-	-	+
$3.325 < r_0 < 3.35$	3.338	-	-	+
$3.338 < r_0 < 3.35$	3.344	-	-	+
$3.344 < r_0 < 3.35$	3.347	-	+	+
$3.344 < r_0 < 3.347$	3.346	-	-	+
$3.346 < r_0 < 3.347$				

$\therefore$  r 的值是 3.35 (準確至二位小數)。

-- 評分標準完 --