

Ch.8 Straight Lines Coordinate System 直線坐標幾何

- A1.** P 為 x 軸上的一點，它與原點之距離及與點 $(1, -2)$ 的距離相等。求 P 的坐標。
P is a point on the x -axis such that its distance from the origin is equal to its distance from the point $(1, -2)$. Find the coordinates of P. (4 分)
- A2.** $\triangle PQR$ 的兩個頂點為 $P(3, 7)$ 及 $Q(-2, 5)$ 。PR 的中點在 x 軸上而 QR 的中點則在 y 軸上。求 R 及該兩個中點的坐標。
Two vertices of $\triangle PQR$ are $P(3, 7)$ and $Q(-2, 5)$. The midpoint of PR is on the x -axis and the midpoint of QR is on the y -axis. Find the coordinates of R. Find the coordinates of the above midpoints. (6 分)
- A3.** 平行四邊形 ABCD 的頂點為 $A(4, y)$ 、 $B(-3, -1)$ 、 $C(-1, 3)$ 及 $D(x, 1)$ 。求 x 和 y 的值。
The vertices of a parallelogram ABCD are $A(4, y)$, $B(-3, -1)$, $C(-1, 3)$, $D(x, 1)$. Find the values of x and y . (4 分)
- A4.** 在 $\triangle ABC$ 中，頂點 A 的坐標為 $(-1, 5)$ ，AB 的中點為 $D(1, \frac{3}{2})$ ，形心為 $G(1, 2)$ 。求頂點 B 和 C 的坐標。
In $\triangle ABC$, vertex A is $(-1, 5)$, the midpoint of AB is $D(1, \frac{3}{2})$, the centroid is $G(1, 2)$. Find the coordinates of the vertices B and C. (5 分)
- A5.** $\triangle ABC$ 的頂點為 $A(1, -1)$ 、 $B(1 + \sqrt{3}, \sqrt{3} - 1)$ 、 $C(1 - \sqrt{3}, \sqrt{3} + 1)$ 。
The vertices of $\triangle ABC$ are $A(1, -1)$, $B(1 + \sqrt{3}, \sqrt{3} - 1)$, $C(1 - \sqrt{3}, \sqrt{3} + 1)$.
(a) 求 $\triangle ABC$ 的面積。Find the area of $\triangle ABC$.
(b) 求 C 至 AB 的距離。Find the distance from C to AB. (6 分)
- A6.** $\triangle ABC$ 的兩個頂點為 $A(2, 3)$ 及 $B(1, -1)$ 。頂點 C 在 x 軸上且 $\angle BAC = 45^\circ$ 。求 C 的坐標。
Two vertices of $\triangle ABC$ are $A(2, 3)$ and $B(1, -1)$. The vertex C is on the x -axis such that $\angle BAC = 45^\circ$. Find the coordinates of C. (6 分)
- A7.** $P(8, 3)$ 、 $Q(6, 7)$ 和 $R(5, 1)$ 分別為 $\triangle ABC$ 的三條邊 BC、CA 和 AB 的中點。
 $P(8, 3)$, $Q(6, 7)$ and $R(5, 1)$ are the midpoints of the sides BC, CA and AB of $\triangle ABC$ respectively.
(a) 求 PQ 的斜率。
Find the slope of PQ.
(b) 求 AB 的方程。
Find the equation of AB.
(c) 求 AB 與 PQ 的距離。
Find the distance between AB and PQ. (8 分)
- A8.** 已知 $\triangle ABC$ 的頂點 $A(6, 3)$ 及 $B(1, -2)$ ，而另一頂點 $C(a, b)$ 在直線 $2x - 3y + 4 = 0$ 上。
Two vertices of $\triangle ABC$ are $A(6, 3)$ and $B(1, -2)$. The vertex $C(a, b)$ is on the line $2x - 3y + 4 = 0$.
(a) 試以 a 表 b 。
Express b in terms of a .
(b) 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 5 平方單位，求點 C 的坐標。
If the area of $\triangle ABC$ is 5 square units, find the coordinates of C. (6 分)
- A9.** A、B 兩點的坐標分別為 $(-2, 2)$ 及 $(1, 7)$ 。P 為線段 AB 上的一點且 $\frac{AP}{PB} = k$ 。
The coordinates of A and B are $(-2, 2)$ and $(1, 7)$ respectively. P is a point on the line segment AB such that $\frac{AP}{PB} = k$.
(a) 寫出 P 的坐標，答案以 k 表示。
Write down the coordinates of P in terms of k .
(b) 利用 (a) 的結果，求直線 $2x - 3y + 12 = 0$ 分割線段 AB 所成的比。
Using the result of (a), find the ratio that the line segment AB is divided by the line $2x - 3y + 12 = 0$. (7 分)
- A10.** 直線 $L_1: kx - y - k = 0$ 及直線 $L_2: x + ky + 1 = 0$ 相交於點 T，其中 k 為一實數。
Lines $L_1: kx - y - k = 0$ and $L_2: x + ky + 1 = 0$ intersect at T, where k is a real number.
(a) 試以 k 表 T 的坐標。
Express the coordinates of T in terms of k .
(b) 當 k 變化時，求點 T 的軌跡方程。
When k varies, find the equation of the locus of T. (7 分)
- A11.** 已知一直線 L 通過點 $A(2, 1)$ ，而其斜率為 m 。
A line L passes through the point $A(2, 1)$ and its slope is m .
(a) 寫出直線 L 的方程。
Write down the equation of L.
(b) 若 L 與點 $(3, -2)$ 的距離為 $\sqrt{2}$ ，求 m 的值。
If the distance of the point $(3, -2)$ from L is $\sqrt{2}$, find the value of m . (6 分)
- A12.** 已知一直線 L: $(m^2 - 6m + 10)x + (m - 5)y - 4m = 0$ 。若 L 的 x 截距為 12，求 m 的值。
Given line L: $(m^2 - 6m + 10)x + (m - 5)y - 4m = 0$, if the x -intercept of L is 12, find the value of m . (5 分)

- A13.** 一直線 L 分別與 x 軸和 y 軸相交於點 A 和點 B 。 AB 的中點為 $P(1, 3)$ 。求 L 的方程。
A line L intersects the x -axis and the y -axis at A and B respectively. The midpoint of AB is $P(1, 3)$. Find the equation of L . (5 分)
- A14.** 一直線 L 通過兩直線 $L_1: 7x + 7y = 24$ 和 $L_2: x - y = 0$ 的交點。 L 與原點的距離為 $2\frac{2}{5}$ 。求 L 的方程。
A line L passes through the intersection of the lines $L_1: 7x + 7y = 24$ and $L_2: x - y = 0$. The distance of L from the origin is $2\frac{2}{5}$. Find the equation of L . (6 分)
- A15.** 等腰三角形 $\triangle ABC$ 中兩等邊的方程為 $AB: 7x - y - 9 = 0$ ，及 $AC: x + y - 7 = 0$ 。直線 BC 通過點 $D(3, -8)$ 。求 BC 的方程。
The equations of the equal sides of an isosceles $\triangle ABC$ are $AB: 7x - y - 9 = 0$, and $AC: x + y - 7 = 0$. The line BC passes through the point $D(3, -8)$. Find the equation of BC . (6 分)
- A16.** 求通過點 $A(5, 2)$ 且與點 $B(-3, 1)$ 相距 4 單位的直線 L 的方程。
Find the equation of the line L which passes through the point $A(5, 2)$ and is at a distance of 4 units from the point $B(-3, 1)$. (6 分)
- A17.** $A(-4, 0)$ 及 $B(4, 0)$ 為兩固定點， C 為一可變點。若 C 移動時， $\angle ACB$ 恆為 45° ，求 C 的軌跡方程。
 $A(-4, 0)$ and $B(4, 0)$ are two fixed points. If a variable point C moves in such a way that $\angle ACB = 45^\circ$, find the equation of the locus of C . (6 分)
- A18.** 一直線通過原點，且與直線 $y = 5 - 2x$ 形成的夾角為 45° 。求該直線的方程。
Find the equations of the lines passing through the origin and at an angle of 45° to the line $y = 5 - 2x$. (6 分)
- A19.** 已知直線 $L_1: 3x - 2y + 6 = 0$ 及 $L_2: x + 3y - 1 = 0$ 。
Consider the lines $L_1: 3x - 2y + 6 = 0$ and $L_2: x + 3y - 1 = 0$.
(a) 寫出過 L_1 及 L_2 交點的直線族的方程。
Write down the family of lines passing through the intersection of L_1 and L_2 .
(b) 若 (a) 部的直線族中有兩直線與直線 $L: 2x - y + 4 = 0$ 皆成 45° 的夾角，求該兩直線的方程。
There are two lines in the family in (a) that make an angle 45° with the line $L: 2x - y + 4 = 0$. Find the equations of these two lines. (6 分)
- A20.** 平面上三點 P 、 Q 及 R 的坐標分別為 $(3, 2)$ 、 $(1, -5)$ 及 $(2, 4)$ 。已知一直線 L 過 P 點且斜率為 m 。
The coordinates of three points P , Q and R are $(3, 2)$, $(1, -5)$ and $(2, 4)$ respectively. A line L passes through P with slope m .
(a) 以 m 表直線 L 的方程。
Express the equation of the line L in terms of m .
(b) 若 Q 及 R 至 L 的距離相等，試求 L 的方程。
If Q and R are equidistant from L , find the equation of L . (6 分)
- A21.** A 和 B 分別為 x 軸和 y 軸上的動點，而 AB 的長度為 6 單位。 $P(x, y)$ 為線段 AB 上的一點，使得 $AP:PB = 1:2$ 。
 A and B are variable points on the x -axis and y -axis respectively. The length of AB is 6 units. $P(x, y)$ is a point on the line segment AB such that $AP:PB = 1:2$.
(a) 試以 x 、 y 表 A 、 B 的坐標。
Express the coordinates of A and B in terms of x and y .
(b) 求點 P 的軌跡方程，並指出該軌跡的圖像。
Find the equation of the locus of point P . What is the shape of the locus? (6 分)
- A22.** 假設 $A(3, -2)$ 及 $B(-2, 1)$ 為平面上的兩點， $C(x, y)$ 為平面上的一可變點。
Suppose $A(3, -2)$ and $B(-2, 1)$ are two fixed points, $C(x, y)$ is a variable point.
(a) 設 $\triangle ABC$ 的面積為 S 平方單位，試以 x 、 y 表 S 。
Let the area of $\triangle ABC$ be S square units. Express S in terms of x and y .
(b) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 6 平方單位，求 C 的軌跡方程。
If the area of $\triangle ABC$ is 6 square units, find the equation of the locus of C . (6 分)
- A23.** $\triangle ABC$ 為一直角等腰三角形，而 $\angle A = 90^\circ$ 。已知點 A 的坐標為 $(1, -2)$ ，點 B 及點 C 皆在直線 $L: 2x - 3y + 5 = 0$ 上，求 AB 及 AC 的方程。
 $\triangle ABC$ is a right-angled isosceles triangle with $\angle A = 90^\circ$. The vertex A is $(1, -2)$, B and C are on the line $L: 2x - 3y + 5 = 0$. Find the equations of AB and AC . (6 分)
- A24.** 兩直線 $L_1: 2x + y + 4 = 0$ 及 $L_2: x - 2y - 3 = 0$ 交於點 P 。
The two lines $L_1: 2x + y + 4 = 0$ and $L_2: x - 2y - 3 = 0$ intersect at P .
(a) 寫出過點 P 的直線族 F 的方程。
Write down the equation of the family F of lines passing through P .
(b) 求 F 中與原點距離 1 單位的兩直線的方程。
Find the equations of two lines in F which are at a distance of 1 unit from the origin. (6 分)

- B1.** 在 $\triangle ABC$ 中, D 為 BC 上的一點且 AD 等分 $\angle BAC$ 。A、B、D 的坐標分別為 $(0, 4)$ 、 $(-3, 0)$ 及 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 。
 In $\triangle ABC$, D is a point on BC such that AD bisects $\angle BAC$. The coordinates of A, B and D are $(0, 4)$, $(-3, 0)$ and $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ respectively.

- (a) 求 AB 、 AD 的斜率。Find the slopes of AB and AD . (2 分)
 (b) 求 AC 的斜率。Find the slope of AC . (3 分)
 (c) 求 $\triangle ABC$ 的周界。Find the perimeter of $\triangle ABC$. (5 分)

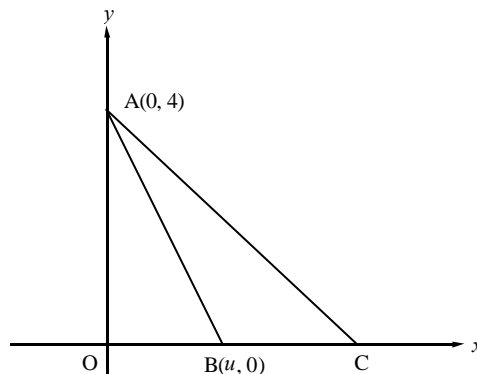
- B2.** 點 O 、 A 、 B 的坐標分別為 $(0, 0)$ 、 $(4, 8)$ 及 $(10, 4)$ 。C 為 OA 上的一點且 $OC : CA = 1 : r$ 。D 為 OB 上的一點且 $OD : DB = r : 1$ 。

The coordinates of points O , A , B are $(0, 0)$, $(4, 8)$, $(10, 4)$ respectively. C is a point on OA such that $OC : CA = 1 : r$. D is a point on OB such that $OD : DB = r : 1$.

- (a) 試以 r 表 C 和 D 的坐標。Express the coordinates of C and D in terms of r . (2 分)
 (b) 試以 r 表 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 的面積。Express the areas of $\triangle ABC$ and $\triangle BCD$ in terms of r . (4 分)
 (c) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\triangle BCD$ 的面積的兩倍, 求 r 的值。

If the area of $\triangle ABC$ is twice of the area of $\triangle BCD$, find the value of r . (4 分)

B3.



在圖中, $A(0, 4)$ 為一固定點, BC 為 x 軸上一 2 單位長的線段。B 的坐標為 $(u, 0)$ 。

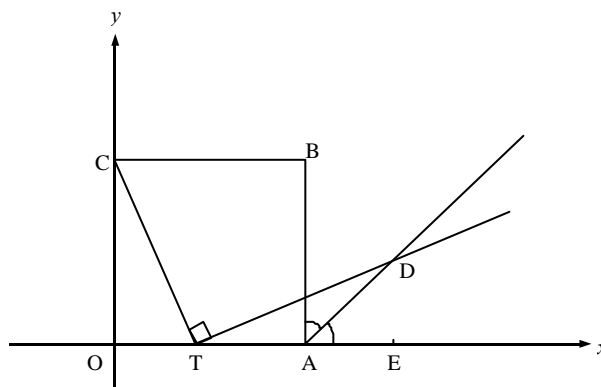
In the figure, A is the fixed point $A(0, 4)$, BC is a line segment of length 2 units sliding along the x -axis. The coordinates of B are $(u, 0)$.

- (a) 以 u 表 AB 和 BC 的垂直平分線 L_1 、 L_2 的方程。
 Express the equations of the perpendicular bisectors L_1 and L_2 of AB and BC in terms of u . (4 分)

- (b) 以 u 表 $\triangle ABC$ 的外心 G 的坐標。
 Express the coordinates of the circumcentre G of $\triangle ABC$ in terms of u . (3 分)

- (c) 當 u 在變動時, 求 G 的軌跡方程。
 As u varies, find the equation of the locus of G . (3 分)

B4.



在圖中, $OABC$ 為一邊長 4 單位的正方形。T($t, 0$) 為 OA 上的一點。一通過 T 而垂直於 CT 的直線與 $\angle BAE$ 的角平分線交於 D 。

In the figure, $OABC$ is a square of side 4 units. $T(t, 0)$ is a point on OA . A line through T perpendicular to CT meets the angle bisector of $\angle BAE$ at D .

- (a) 求 TD 的方程。Find the equation of TD . (2 分)

- (b) 求 AD 的方程。Find the equation of AD . (2 分)

- (c) 求 $\tan \angle TDC$ 的值。Find the value of $\tan \angle TDC$. (4 分)

- (d) 證明 $CT = DT$ 。Prove that $CT = DT$. (2 分)