

## Ch.1 Quadratic Equations and Quadratic Functions 二次方程與二次函數

- A1. 已知方程  $x^2 - 5x + k = 0$  的根為  $a$  和  $b$ , 求一以  $\frac{1}{a}$  和  $\frac{1}{b}$  為根的二次方程。  
 Given that the roots of equation  $x^2 - 5x + k = 0$  are  $a$  and  $b$  find an equation whose roots are  $\frac{1}{a}$  and  $\frac{1}{b}$ . (4 marks)
- A2. 當  $p$  為何值時, 方程  $x^2 - 2px + (p + 6) = 0$  有正重根? 由此, 求這方程的根。  
 Find the value of  $p$  for which the equation  $x^2 - 2px + (p + 6) = 0$  has positive and equal roots, and hence find those roots. (6 marks)
- A3. 方程  $x^2 + kx + 10 = 0$  的根為  $a$  和  $a + 3$ 。求常數  $k$  的兩個可能值。  
 The roots of the equation  $x^2 + kx + 10 = 0$  are  $\alpha$  and  $\alpha + 3$ . Find the two possible values of the constant  $k$ . (5 marks)
- A4. 已知  $f(x) = \frac{5}{2} - \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ , 證明  $f(x)$  恆為正, 並求它的最小值。  
 Given that  $f(x) = \frac{5}{2} - \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ , show that  $f(x)$  is always positive and find the least value of  $f(x)$ . (5 marks)
- A5. 方程  $x^2 + 10x + m = 0$  有不等實根  $a$  和  $b$ , 其中  $m$  為實常數。  
 The equation  $x^2 + 10x + m = 0$ , where  $m$  is a real constant, has unequal real roots  $\alpha$  and  $\beta$ .  
 (a) 求  $m$  值的範圍。 Find the range of values of  $m$ .  
 (b) 若  $a^3 + b^3 = -370$ , 求  $m$  的值。 If  $\alpha^3 + \beta^3 = -370$ , find the value of  $m$ . (6 marks)
- A6. 若對所有實數  $x$ ,  $x^2 + 5x + \lambda > 10$ , 試求  $\lambda$  的值。  
 Find the value of  $\lambda$  if  $x^2 + 5x + \lambda > 10$  for all real values of  $x$ . (4 marks)
- A7. 解方程  $6(x + 4)^2 - 7(x + 4) - 20 = 0$ 。  
 Solve the equation  $6(x + 4)^2 - 7(x + 4) - 20 = 0$ . (4 marks)
- A8. 利用配方法解方程  $3x^2 + 8x + 2 = 0$ 。  
 Solve the equation  $3x^2 + 8x + 2 = 0$  by completing the square. (4 marks)
- A9. Solve the equation 解方程  $3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$ 。 (4 marks)
- A10. 若方程  $2x^2 + (k - 3)x + 18 = 0$  有重根, 求  
 If the equation  $2x^2 + (k - 3)x + 18 = 0$  has equal roots, find  
 (a)  $k$  的可能值, the possible values of  $k$ ,  
 (b) 該重根。 the double root. (5 marks)
- A11. 若聯立方程  
 If the simultaneous equations  

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = x + k \end{cases}$$
 沒有實解, 其中  $k$  為常數, 求  $k$  值的範圍。  
 where  $k$  is a constant, has no solutions, find the range of values of  $k$ . (5 marks)
- A12. 當  $k$  為何值時, 數式  $4x^2 + 5x + k$  恆為正  
 For what values of  $k$  is the expression  $4x^2 + 5x + k$  always positive? (4 marks)
- A13. 若方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的一個根是另一個根的三倍, 證明  $3b^2 = 16ac$ 。  
 If one root of the equation  $ax^2 + bx + c = 0$  is three times of the other root, show that  $3b^2 = 16ac$ . (4 marks)
- B1.  $a$  和  $b$  為方程  $2x^2 + 5x - 6 = 0$  的根。  
 $\alpha$  and  $\beta$  are the roots of the equation  $2x^2 + 5x - 6 = 0$ .  
 (a) 求  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  的值。 Find the value of  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ . (4 marks)  
 (b) 求一二次方程, 其根為  $\frac{4a}{b} + \frac{4b}{a}$  和  $\frac{4b}{a}$ 。  
 Form a quadratic equation whose roots are  $\frac{4a}{b} + \frac{4b}{a}$ . (5 marks)
- B2. Let 設  $f(x) = 3 + 2x - x^2$ .  
 (a) 解方程  $f(x) = 0$ 。 Solve the equation  $f(x) = 0$ . (3 marks)  
 (b) 求  $f(x)$  的極大值。 Find the maximum value of  $f(x)$ . (3 marks)  
 (c) 由此, 描繪  $y = f(x)$  的圖像。 Hence, sketch the graph of  $y = f(x)$ . (3 marks)

- B3. (a)** 函數  $y = ax^2 - 12x + c$  在  $x = -\frac{3}{2}$  時有最大值 10。求  $a$  與  $c$  的值。  
 The function  $y = ax^2 - 12x + c$  has the maximum value 10 when  $x = -\frac{3}{2}$ . Find the values of  $a$  and  $c$ . (6 marks)
- (b)** 若方程  $ax^2 - 12x + c = 0$  的根為  $a$  和  $b$ ，求根為  $a^2$ 、 $b^2$  的二次方程。  
 If the roots of  $ax^2 - 12x + c = 0$  are  $a$  and  $b$  find the quadratic equation whose roots are  $a^2$  and  $b^2$ . (6 marks)
- B4. (a)** 已知  $a$  和  $b$  為方程  $x^2 - 3x + 1 = 0$  的根，求根為  $a + \frac{m}{a}$ 、 $b + \frac{m}{b}$  的二次方程 (其中  $m$  為常數)。  
 Given that  $a$  and  $b$  are the roots of the equation  $x^2 - 3x + 1 = 0$ , find the quadratic equation whose roots are  $a + \frac{m}{a}$  and  $b + \frac{m}{b}$ , where  $m$  is a constant. (7 marks)
- (b)** 試求  $m$  的值，使 (a) 部所求得的方程有重根。  
 Find the value of  $m$  for which the equation found in (a) has equal roots. (5 marks)
- B5.** 已知  $f(x) = -x^2 + 2kx + 6 - 5k$ ，其中  $k$  為常數。  
 It is given that  $f(x) = -x^2 + 2kx + 6 - 5k$ , where  $k$  is a constant.
- (a)** 以  $k$  表方程  $f(x) = 0$  的判別式。  
 Express the discriminant of the equation  $f(x) = 0$  in terms of  $k$ . (4 marks)
- (b)** 由此，或用其他方法，求  $k$  值的範圍使得  $f(x) \leq 0$  對所有  $x$  成立。  
 Hence, or otherwise, find the range of values of  $k$  so that  $f(x) \leq 0$  for all real values of  $x$ . (5 marks)
- B6.** 設  $a$ 、 $b$  為方程  $2x^2 + (k + 5)x - 3k = 0$  的根。試以  $k$  表  $a^2 + b^2$  和  $a^3 + b^3$ 。  
 $a$ 、 $b$  are the roots of the equation  $2x^2 + (k + 5)x - 3k = 0$ . Find  $a^2 + b^2$  and  $a^3 + b^3$  in terms of  $k$ . (9 marks)