

Ch.10 Circles 圓

- A1.** 圓 C_1 與圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 2x - 35 = 0$ 為同心圓。 C_1 的面積為 C_2 的一半。求 C_1 的方程。
A circle C_1 and the circle $C_2 : x^2 + y^2 - 2x - 35 = 0$ are concentric. The area of C_1 is half of that of C_2 . Find the equation of C_1 . (6 分)
- A2.** 一圓心為 $G(1, -1)$ 的圓與直線 $5x - 12y + 9 = 0$ 相切。求該圓的方程。
A circle, with centre $G(1, -1)$, is tangent to the line $5x - 12y + 9 = 0$. Find the equation of the circle. (5 分)
- A3.** 求一通過點 $A(4, -1)$ 且與圓 $C_1 : x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ 切於點 $B(1, 2)$ 的圓 C_2 的方程。
Find the equation of a circle C_2 which passes through the point $A(4, -1)$ and is tangent to the circle $C_1 : x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ at $B(1, 2)$. (6 分)
- A4.** 圓 C 通過圓 $C_1 : x^2 + y^2 = 4$ 與圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 6x = 0$ 的交點。若點 $P(2, -2)$ 在圓 C 上, 求 C 的方程。
A circle C passes through the intersecting points of the circles $C_1 : x^2 + y^2 = 4$ and $C_2 : x^2 + y^2 - 6x = 0$. If the point $P(2, -2)$ is on the circle C , find the equation of C . (5 分)
- A5.** 求圓 $C : x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0$ 與直線 $2x + y - 7 = 0$ 平行的切線的方程。
Find the equations of tangents to the circle $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0$ which are parallel to the line $2x + y - 7 = 0$. (6 分)
- A6.** 求直線 $L : x + 2y + 1 = 0$ 通過圓 $C : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 所形成的弦的長度。
Find the length of the chord formed by the line $L : x + 2y + 1 = 0$ on the circle $C : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. (5 分)
- A7.** 求通過原點且切於圓 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$ 的直線的方程。
Find the equations of the lines passing through the origin and tangent to the circle $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$. (6 分)
- A8.** (a) 證明圓 $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 31 = 0$ 交於兩點。
Prove that the circle $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ meets the circle $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 31 = 0$ at two points.
(b) 求 (a) 中二圓的公弦的方程。 Find the equation of the common chord of the circles in (a). (6 分)
- A9.** 當可變點 $P(x, y)$ 移動時, 其與兩固定點 $A(2, 0)$ 和 $B(0, 6)$ 的距離之比為常數 k 。
A variable point $P(x, y)$ moves so that the ratio of its distances from two fixed points $A(2, 0)$ and $B(0, 6)$ is a constant k .
(a) 求 P 的軌跡方程。 Find the equation of the locus of P .
(b) 當 $k = 1$, 該軌跡是什麼? What is the locus when $k = 1$?
(c) 當 $k \neq 1$, 該軌跡是什麼? What is the locus when $k \neq 1$? (6 分)
- A10.** 直線 $y = mx$ 與圓 $C : x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ 交於 A, B 兩點。
The line $y = mx$ and the circle $C : x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ intersect at two points A and B .
(a) 寫出圓 C 的圓心及半徑。 Write down the centre and the radius of the circle C .
(b) 若 $AB = 2$, 求 m 的值。 If $AB = 2$, find the value of m . (6 分)
- A11.** 點 A 為定點 $(5, -2)$, 而點 B 為圓 $C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 上的動點。若 N 為 AB 之內分點, 使得 $AN : NB = 3 : 2$, 求點 N 的軌跡方程。
 A is the fixed point $(5, -2)$ and B is a variable point on the circle $C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. N is an internal point of division of AB such that $AN : NB = 3 : 2$. Find the equation of the locus of N . (6 分)
- A12.** 考慮直線 $L : (2m^2 + 6m + 1)x + (m - 2)y - 3m = 0$ 。若 L 在兩軸的截距相等, 求 L 的方程。
Consider the line $L : (2m^2 + 6m + 1)x + (m - 2)y - 3m = 0$. If L has equal intercepts on the axes, find the equation of L . (6 分)
- B1.** 平面上有三點 $P(-4, 4), Q(-1, 0), R(r, 0)$, 其中 $PQ = PR$ 。 Three points $P(-4, 4), Q(-1, 0), R(r, 0)$ are such that $PQ = PR$.
(a) 求點 R 的坐標。 Find the coordinates of the point R . (2 分)
(b) 求通過點 P, R 和原點的圓的方程。 Find the equation of the circle C which passes through the points P, R and the origin. (3 分)
(c) 圓 C 的一弦通過 Q 且垂直於 x 軸。求該弦的長度。
A chord of the circle C is drawn through Q and perpendicular to the x -axis. Find the length of the chord. (3 分)
(d) 直線 PR 與 y 軸交於點 D 。求從 D 至圓 C 的切線的長度。
The line PR intersects the y -axis at D . Find the length of the tangent drawn from D to the circle. (2 分)
- B2.** $\triangle ABC$ 是一等邊三角形, BC 在直線 $3x - 4y - 3 = 0$ 上, 頂點 A 為 $(3, -1)$ 。
 $\triangle ABC$ is an equilateral triangle, BC is on the line $3x - 4y - 3 = 0$ and the vertex A is $(3, -1)$.
(a) 求 A 至 BC 的距離。 Find the distance from A to BC . (2 分)
(b) 求 $\triangle ABC$ 的邊長。 Find the length of a side of $\triangle ABC$. (2 分)
(c) 求 B 和 C 的坐標。 Find the coordinates of B and C . (6 分)
- B3.** 考慮圓 $C : x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 。
(a) 求該圓的圓心和半徑。 Find the centre and radius of the circle. (2 分)
(b) 證明 $M(3, 0)$ 是圓內的一點。 Show that $M(3, 0)$ is a point inside the circle. (2 分)
(c) 求中點為 M 的弦 AB 的方程。 Find the equation of the chord AB that is bisected at the point M . (3 分)
(d) 寫出通過 A 和 B 的圓族的方程。 Write down the equation of the family of circles passing through A and B . (2 分)
(e) 由此, 求通過 A, B 和原點的圓的方程。 Hence, find the equation of the circle passing through A, B and the origin. (3 分)
- B4.** 考慮圓 $C_1 : x^2 + y^2 + 12x - 6y + 20 = 0$ 及 $C_2 : x^2 + y^2 - 12x + 12y - 28 = 0$ 。
(a) 寫出 C_1 及 C_2 的圓心及半徑。 Write down the centres and radii of C_1 and C_2 .
由此, 證明 C_1 及 C_2 互相外切。 Hence, prove that C_1 and C_2 touch each other externally. (5 分)
(b) (i) 求 C_1 及 C_2 在其交點上的公共切線方程。 Find the equation of the common tangent to C_1 and C_2 at their point of contact.
(ii) 若 C_1 及 C_2 在點 T 互切, 求 T 的坐標。 If C_1 and C_2 touch each other at T , find the coordinates of T . (5 分)