

### Ch.4 Binomial Theorem for Positive Integral Indices 二項式定理

- A1. 試求  $(3x+4y)^9$  按  $x$  的降幂序展開式中第 4 項與第 5 項之比。 (4 分)  
Find the ratio of the 4th and 5th terms of the expansion  $(3x+4y)^9$  in descending powers of  $x$ .
- A2. 按  $\frac{1}{x^2}$  的升幂序, 寫出  $\left(1-\frac{1}{2x^2}\right)^{12}$  的二項展開式的首三項。 (4 分)  
Write down the first three terms in the binomial expansion of  $\left(1-\frac{1}{2x^2}\right)^{12}$  in ascending powers of  $\frac{1}{x^2}$ .
- A3. 計算  $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^6$  的二項展開式的常數項 (6 分)  
Calculate the term which is independent of  $x$  in the expansion of  $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^6$ .
- A4. 求  $(1-3x)^4(1+x)^7$  的展開式中  $x^3$  的係數。 Find the coefficient of  $x^3$  in the expansion of  $(1-3x)^4(1+x)^7$ . (5 分)
- A5. 若  $(1-x+x^2)^n$  的展開式中,  $x^2$  的係數為 36 且  $n$  為正整數。求  $n$  的值。 (7 分)  
If the coefficient of  $x^2$  in the expansion of  $(1-x+x^2)^n$  is 36 and  $n$  is a positive integer, find the value of  $n$ .
- A6. (a) 按  $x$  的升幂序, 展開  $(1+ax)^4(1-2x)^5$  至  $x^2$  項。  
Expand  $(1+ax)^4(1-2x)^5$  in ascending powers of  $x$  as far as the term  $inx^2$ .  
(b) 若  $x$  的係數為零, 求  $x^2$  的係數。  
If the coefficient of  $x$  is zero, evaluate the coefficient of  $x^2$ . (7 分)
- A7. 求 Find the value of  $\frac{C_3^8}{C_2^{12} \times C_1^5}$  的值。 (3 分)
- A8. 若  $C_{r+1}^{20} = C_{3r-5}^{20}$ , 求  $r$  的值。 If  $C_{r+1}^{20} = C_{3r-5}^{20}$ , find the value of  $r$ . (3 分)
- A9. (a) 展開  $(1+3x)^4$ 。 Expand  $(1+3x)^4$ .  
(b) 由此, 寫出  $1.03^4$  的準確值。 Hence, write down the exact value of  $1.03^4$ . (4 分)
- A10. 按  $x$  的降幂序展開  $(2x^3-1)^5$ 。 Expand  $(2x^3-1)^5$  in descending powers of  $x$ . (3 分)
- A11. 求  $\left(2-\frac{1}{3}x\right)^6(1+x)^7$  的展開式中  $x^3$  的係數。  
Find the coefficient of  $x^3$  in the expansion of  $\left(2-\frac{1}{3}x\right)^6(1+x)^7$ . (3 分)
- A12. 求  $(1-x)^7\left(1+\frac{2}{x}\right)^3$  的展開式中含  $x^2$  的項。 Find the term in  $x^2$  in the expansion of  $(1-x)^7\left(1+\frac{2}{x}\right)^3$ . (4 分)
- A13. 按  $x$  的升幂序, 展開  $(1-3x+2x^2)^4$  至  $x^2$  項。 Expand  $(1-3x+2x^2)^4$  in ascending powers of  $x$  as far as the term  $inx^2$ . (4 分)
- B1. (a) 按  $x$  的升幂序, 展開  $(1+ax)^2(1+bx)^7$  至  $x^2$  項。  
Expand  $(1+ax)^2(1+bx)^7$  in ascending powers of  $x$  as far as the term  $inx^2$ . (3 分)  
(b) 若 (a) 的展開式中,  $x$  和  $x^2$  的係數分別為  $-\frac{5}{2}$  和  $-\frac{27}{4}$ ,  
If the coefficients of  $x$  and  $x^2$  in the expansion in (a) are  $-\frac{5}{2}$  and  $-\frac{27}{4}$  respectively,  
(i) 求  $a$  和  $b$  的值, find the values of  $a$  and  $b$ ,  
(ii) 求  $(1+ax)^3(1+bx)^7$  的展開式中  $x$  的係數。 find the coefficient of  $x$  in the expansion of  $(1+ax)^3(1+bx)^7$ . (9 分)
- B2. 利用數學歸納法, 證明對所有正整數  $n$ , Prove, by mathematical induction, that  
$$\frac{n^5}{5} + \frac{n^4}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n}{30} = 1^4 + 2^4 + \dots + n^4$$
for all positive integers  $n$ . (10 分)
- B3. (a) 按  $x$  的升幂序, 展開  $(1+px+x^2)^n$  至  $x^2$  項, 其中  $n$  為正整數。  
Expand  $(1+px+x^2)^n$  in ascending powers of  $x$  as far as the term  $inx^2$ , where  $n$  is a positive integer. (3 分)  
(b) 若展開式中  $x$  和  $x^2$  的係數分別為 2 和  $\frac{59}{5}$ , 求  $p$  和  $n$  的值。  
If the coefficients of  $x$  and  $x^2$  in the expansion are 2 and  $\frac{59}{5}$  respectively, find the values of  $p$  and  $n$ . (6 分)  
(c) 求一適當的值, 使之代入該展開式後能給出  $(1.0044)^n$  的近似值。  
Find a value of  $x$  that must be substituted into the expansion to give an approximate value of  $(1.0044)^n$ . (3 分)