

本測驗須全部作答，滿分為 70。

1. (a) 展開 $(2-x)^3$ 和 $\left(1+\frac{1}{2x}\right)^6$ 。
 (b) 在 $(2-x)^3\left(1+\frac{1}{2x}\right)^6$ 展開式中，求
 (i) 常數項；
 (ii) x 的係數。 (30 分)

2. (a) 按 x 的升幂序展開 $(1+ax)^3(1-3x)^4$ 至 x^2 項。
 (b) 若 x 的係數為零，求 a 的值及 x^2 的係數。 (20 分)

3. 在 $(1-2x)^3(1+x)^n$ 展開式中，其中 n 為一正整數， x^2 的係數為 36，求 n 的值。
(20 分)

--- 完 ---

測驗評分標準

1. (a) $(2-x)^3 = 2^3 + 3(2)^2(-x) + 3(2)(-x)^2 + (-x)^3$
 $= 8 - 12x + 6x^2 - x^3$
 $\left(1+\frac{1}{2x}\right)^6 = 1 + 6\left(\frac{1}{2x}\right) + 15\left(\frac{1}{2x}\right)^2 + 20\left(\frac{1}{2x}\right)^3$
 $+ 15\left(\frac{1}{2x}\right)^4 + 6\left(\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(\frac{1}{2x}\right)^6$
 $= 1 + \frac{3}{x} + \frac{15}{4x^2} + \frac{5}{2x^3} + \frac{15}{16x^4}$
 $+ \frac{3}{16x^5} + \frac{1}{64x^6}$

- (b) $(2-x)^3\left(1+\frac{1}{2x}\right)^6$
 $= (8-12x+6x^2-x^3)$
 $\cdot \left(1+\frac{3}{x}+\frac{15}{4x^2}+\frac{5}{2x^3}+\frac{15}{16x^4}+\frac{3}{16x^5}+\frac{1}{64x^6}\right)$

- (i) 常數項 $= 8(1) - 12(3) + 6\left(\frac{15}{4}\right) - 1\left(\frac{5}{2}\right)$
 $= -8$

- (ii) x 的係數 $= -12(1) + 6(3) - 1\left(\frac{15}{4}\right)$
 $= \frac{9}{4}$

2. $(1-2x)^3(1+x)^n$
 $= (1-6x+12x^2+\dots)(1+C_1^n x+C_2^n x^2+\dots)$
 $\therefore C_2^n - 6C_1^n + 12 = 36$
 $\frac{n(n-1)}{2} - 6n + 12 = 36$
 $n^2 - 13n - 48 = 0$
 $(n-16)(n+3) = 0$
 $n = \underline{16}$ 或 -3 (捨去)

3. (a) $(1+ax)^3(1-3x)^4$
 $= (1+3ax+3a^2x^2+\dots)(1-12x+54x^2+\dots)$
 $= 1 + \underline{(3a-12)x} + \underline{(3a^2-36a+54)x^2} + \dots$

- (b) $3a-12=0$
 $a = \underline{4}$
 x^2 的係數 $= 3(4)^2 - 36(4) + 54$
 $= \underline{-42}$

--- 完 ---