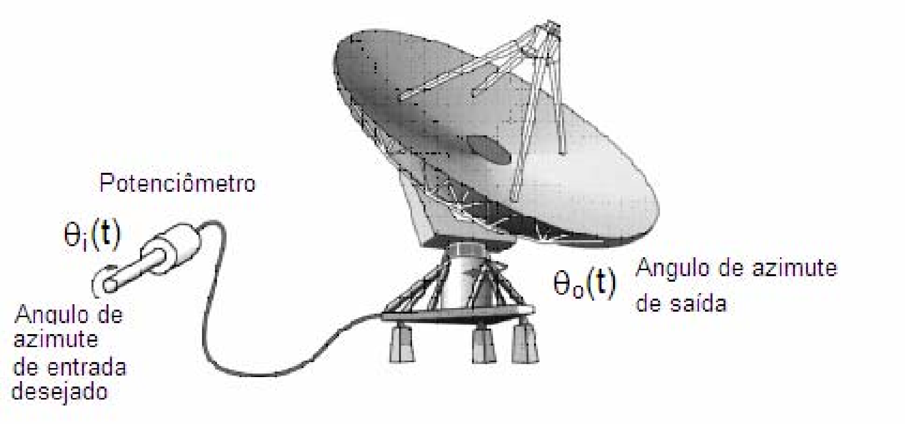
SISTEMAS DE CONTROLE DE POSIÇÃO

Objetivo: converter um comando de posição de entrada em uma resposta de posição de saída.

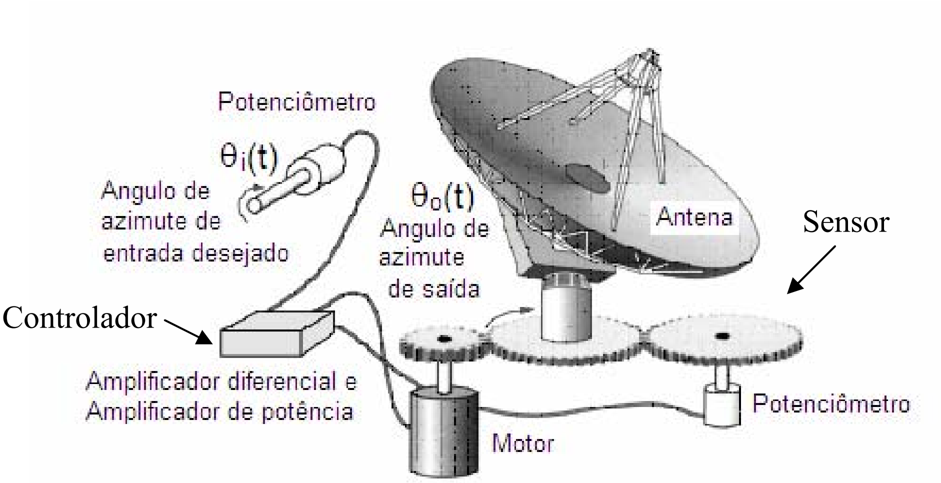
Aplicações:
- antenas
- braços robóticos
- acionadores de disco rígidos

SISTEMA DE CONTROLE DE POSICIONAMENTO DE UMA ANTENA EM AZIMUTE[1]

Um sistema de controle de posicionamento é mostrado na figura abaixo:

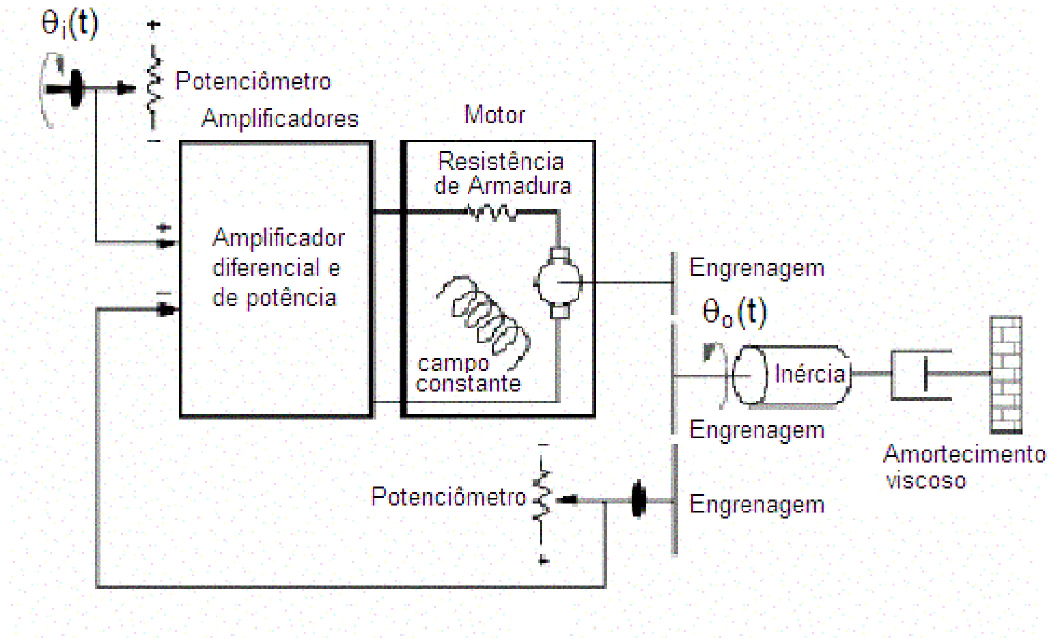


O objetivo é posicionar a antena através do ângulo de entrada do potenciômetro obtendo um sistema estável, maximizando o desempenho do sistema e minimizando o erro. É claro que o sistema acima está simplificado, pois há a necessidade de inserir o motor e o redutor que irão movimentar a antena, o controlador do processo e o sensor de realimentação. A figura seguinte mostra o esquema mais detalhado:

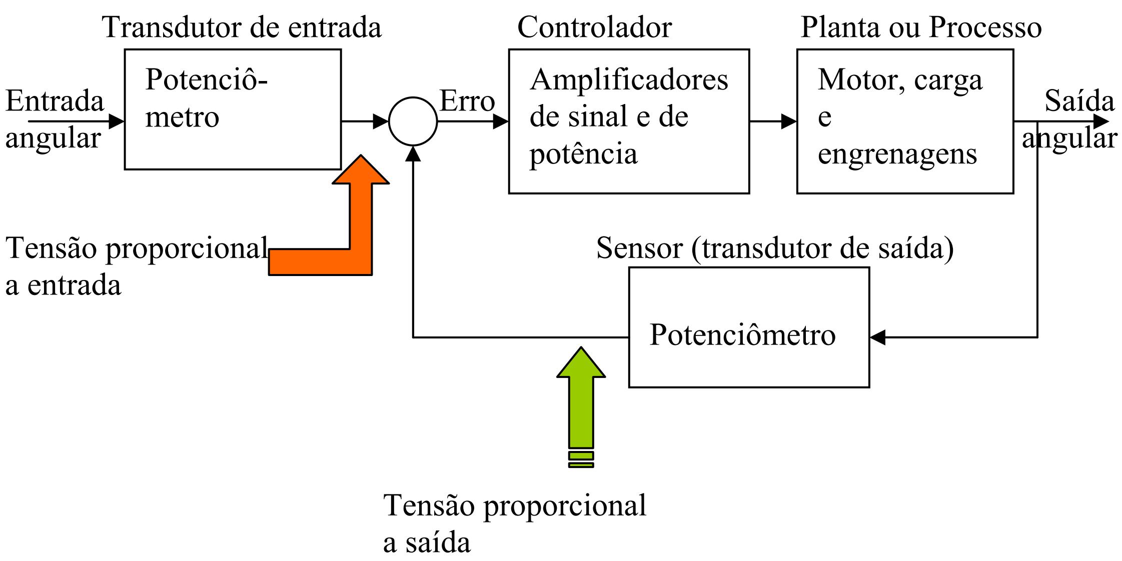


[1]Azimute: ângulo da direção da antena em relação a uma referência.

Um diagrama elétrico do sistema é mostrado abaixo:



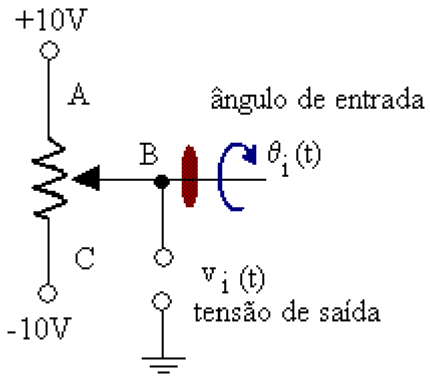
Convertendo o sistema elétrico acima em diagrama de blocos, obtemos:



<u>1º Passo:</u> Com o objetivo definido (minimizar erro estacionário, maximizar desempenho) e com um diagrama de bloco inicial, o primeiro passo será obter as funções de transferências de cada bloco. Para isso deve ser usado o modelamento do sistema (módulo 2) e transformada de Laplace (módulo 3).

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIAS:

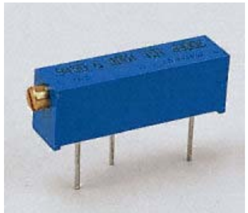
Potenciômetro de entrada e Potenciômetro de saída:



Potenciômetro multivoltas (n voltas):

- Fórmula Geral: $$\frac{V_o(s)}{\theta_o(s)} = \frac{V^+ - V^-}{n \cdot 2\pi}$$

- Na figura ao lado o potenciômetro é alimentado com ± 10 V.



- Se o mesmo tiver 10 voltas, as FTs seriam:

Potenciômetro de Entrada

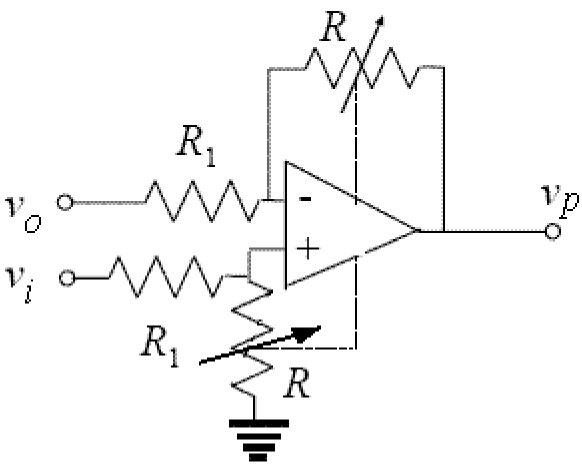
$$\frac{V_i(s)}{\theta_i(s)} = \frac{10-(-10)}{10 \cdot 2\pi} = \frac{1}{\pi}$$

Potenciômetro de Saída

$$\frac{V_o(s)}{\theta_o(s)} = \frac{10-(-10)}{10 \cdot 2\pi} = \frac{1}{\pi}$$

Pré-amplificador e Amplificador de potência:

O pré-amplificador será utilizado para comparar os sinais dos potenciômetros gerando o sinal de erro, que por sua vez será amplificado pelo amplificador de potência. O pré-amplificador pode ser construído com um amplificador operacional:

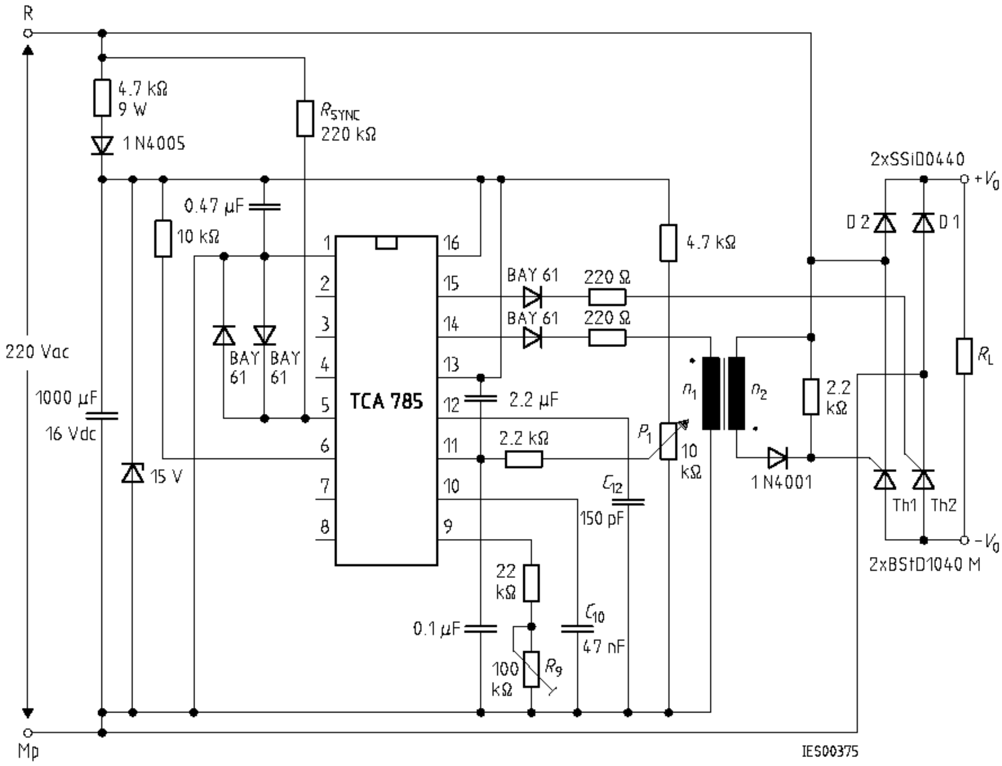


$$V_p(s) = \frac{R}{R_1}\left(V_i(s) - V_o(s)\right) = \frac{R}{R_1} V_e(s)$$

$$\frac{V_p(s)}{V_e(s)} = \frac{R}{R_1} \qquad \Rightarrow \frac{V_p(s)}{V_e(s)} = K$$

onde: vi – tensão de referência da entrada
vo – tensão de saída do sistema

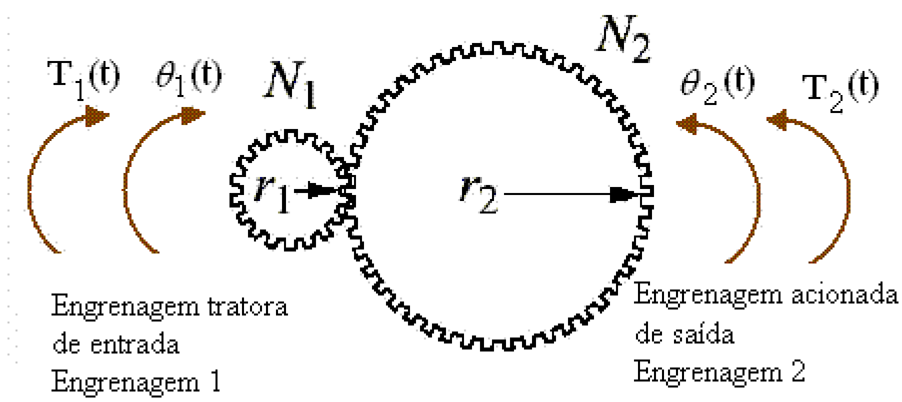
Abaixo é fornecida a função de transferência do amplificador de potência montado com o CI TCA-785:



$$\frac{V_A(s)}{V_p(s)} = \frac{K_1}{s+a}$$

Engrenagens e redutor:

As engrenagens são utilizadas para aumentar o torque ou a velocidade de um sistema. A figura abaixo mostra um sistema com duas engrenagens, sendo N1 e N2 o número de dentes ao longo da circunferência:



Como a distância deve ser a mesma à medida que as engrenagens giram, temos:

$$r_1.\theta_1 = r_2.\theta_2 \qquad (1)$$

Como a razão entre os dentes é igual a razão entre os raios, temos:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (2)$$

Admitindo que as engrenagens não absorvem e nem armazenam energia, a energia de rotação de torque vezes o deslocamento angular devem ser iguais:

$$T_1.\theta_1 = T_2.\theta_2 \qquad (3)$$

Como a potência é dada por: $P = T.\omega$ (4)

Substituindo (4) em (3) e considerando que não há perda na potência transmitida, temos:

$$T_1.\theta_1 = T_2.\theta_2$$

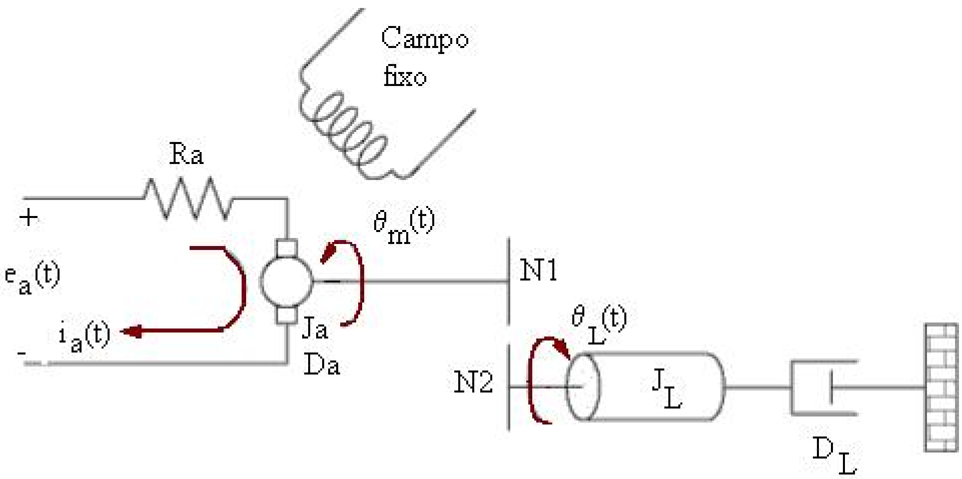
$$\frac{P}{\omega_1}\theta_1 = \frac{P}{\omega_2}\theta_2 \qquad \Rightarrow \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Resumindo todas as relações, obtemos:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

<u>Motor com carga e redutor:</u>

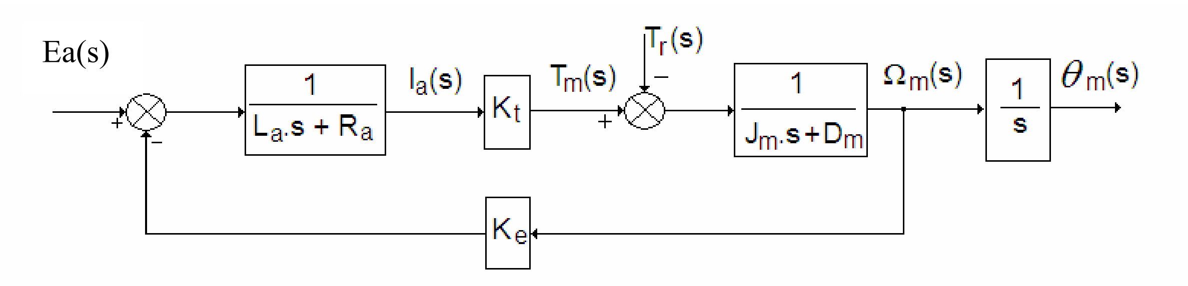
O diagrama do motor com carga e redutor é mostrado abaixo:



O momento de inércia equivalente e o coeficiente de amortecimento equivalente são dados por:

$$J_m = J_a + J_L\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 \qquad\qquad D_m = D_a + D_L\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2$$

Com isso o diagrama de blocos do motor é:



Considerando que não há variação no torque resistente (Tr), a função de transferência do motor é dada por:

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{s\left[(J_m \cdot s + D_m)(R_a + L_a s) + K_T K_E\right]} \cong \frac{\dfrac{K_T}{R_a J_m}}{s\left[s + \dfrac{1}{J_m}\left(D_m + \dfrac{K_T K_E}{R_a}\right)\right]} = \frac{K_m}{s(s + a_m)}$$

Se os dados do projeto forem:

- Relação do redutor = 10
  - N1 = 25
  - N2 = 250
  - N3 = 250
- Inércia da carga: JL= 1kg.m2
- Atrito da carga: DL = 1 N.m.s/rad
- Inércia do motor: Ja = 0,02 kg.m2
- Atrito do motor: Da = 0,01 N.m.s/rad
- Resistência de armadura: Ra = 8 Ω
- Indutância de armadura: La = 0
- Constante de torque do motor: KT = 0,5 N.m/A
- Constante de FEM do motor: KE = 0,5 V.s/rad
- Ganho do amplificador de potência: K1 = 100
- Pólo da FT do amplificador de potência: a = 100

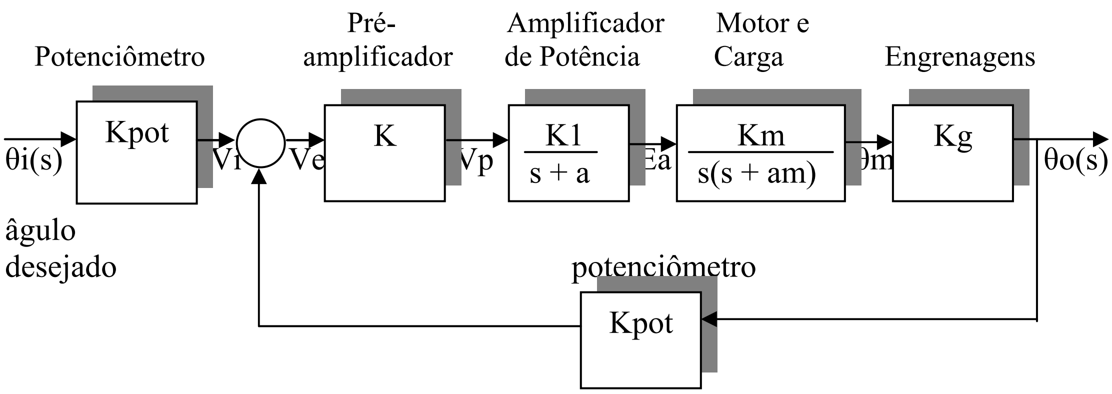
A função de transferência do motor será: $\dfrac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \dfrac{2{,}083}{s(s + 1{,}71)}$

Para achar a função de transferência para o ângulo de saída (θo), a FT do motor deve ser multiplicada pela relação das engrenagens:

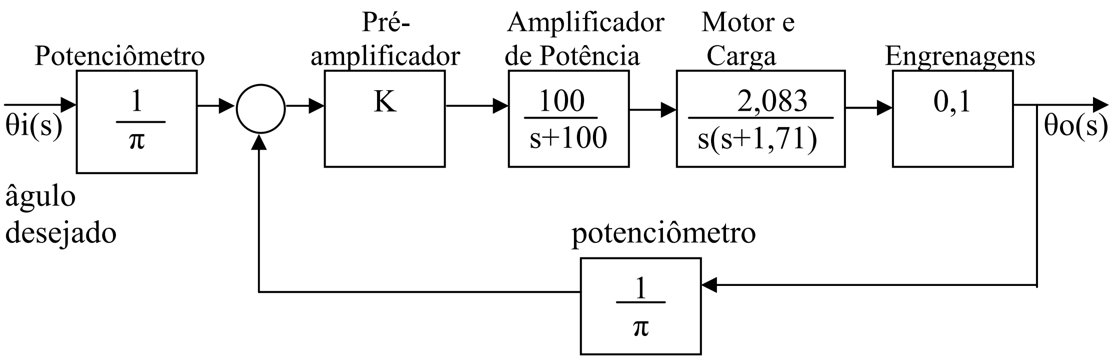
$$\frac{\theta_o(s)}{E_a(s)} = \frac{N1}{N2} \cdot \frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{25}{250} \frac{2{,}083}{s(s+1{,}71)}$$

$$\frac{\theta_o(s)}{E_a(s)} = \frac{0{,}2083}{s(s+1{,}71)}$$

Diagrama de blocos final:

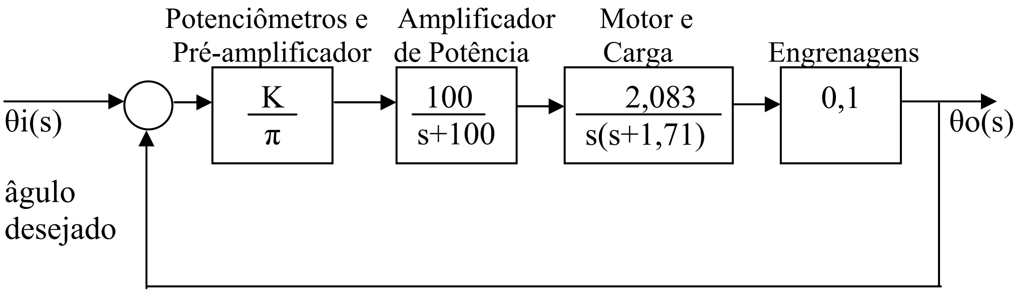


Para o exemplo mostrado, o diagrama seria:

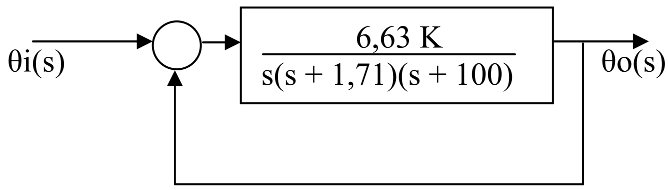


<u>2º Passo</u>: Redução do diagrama de blocos (módulo 4).

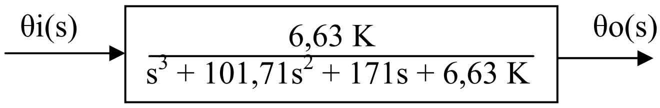
Utilizando o exemplo dado, o diagrama de blocos da figura anterior pode ser transformada:



Função de transferência equivalente do percurso à frente:



Função de transferência final em malha fechada do sistema:



<u>3º Passo</u>: Atender as especificações do projeto (módulo 5, 7, 8 e 9).

Especificações: sobresinal de 25% ➔ Mp = 0,25
Tempo de acomodação = 2 ➔ ts = 2s

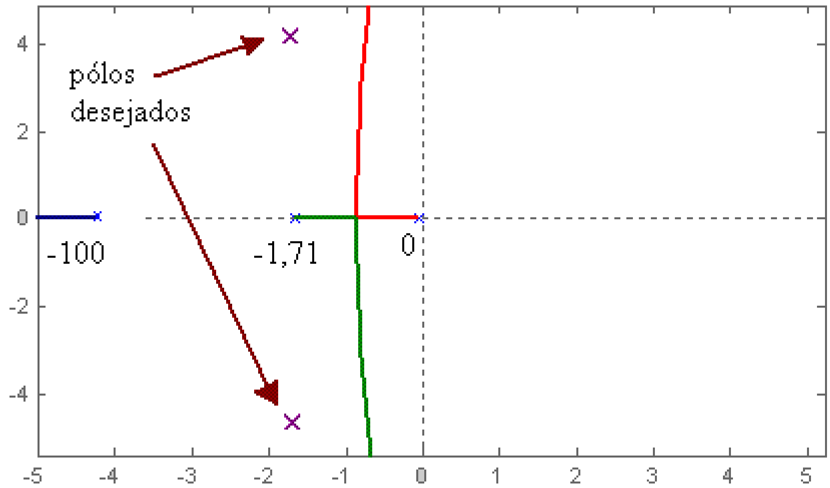
$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln^2(M_p)}{\pi^2 + \ln^2(M_p)}} = \sqrt{\frac{\ln^2(0{,}25)}{\pi^2 + \ln^2(0{,}25)}} = 0{,}4$$

$$t_s = \frac{4}{\omega_n \cdot \zeta} \qquad \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{t_s \cdot \zeta} = \frac{4}{2 \cdot 0{,}404} = 4{,}95$$

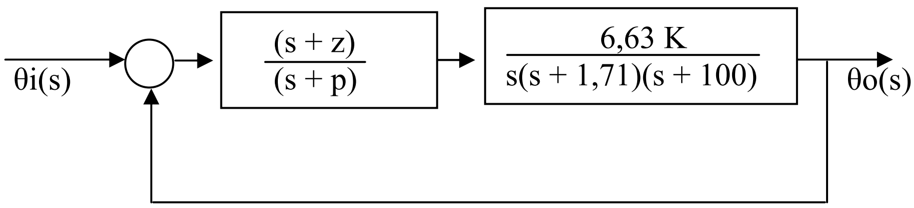
Pólos: $s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} = \text{-}1{,}98 \pm j4{,}54$

No matlab:

```
>> den =[1 101.71 171 0];   % denominador malha aberta
>> num = [6.63];
>> rlocus(num,den);  % desenha o lugar das raízes
>> roots(den)        % cálculo das raízes do denominador
```

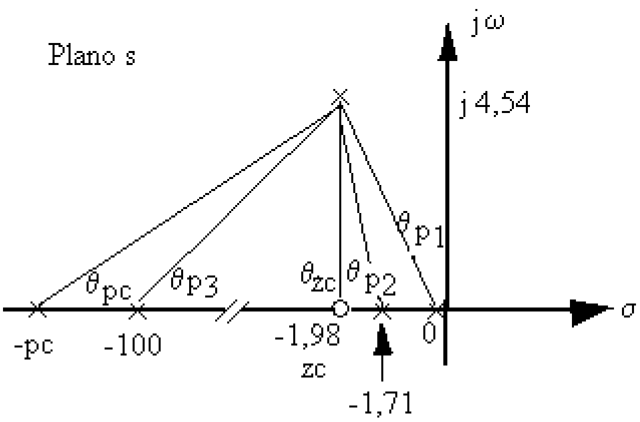


- O sistema necessitará de um compensador. Utilizando o compensador de avanço de fase, temos:



- Colocando um zero abaixo do pólo desejado, isto é, colocando em (s + 1,98) no numerador.

- Determinando a localização do pólo para satisfazer a condição angular:



$$\sum \angle zeros - \sum \angle polos = \pm 180°$$

$$\theta_{zc} - (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \theta_{p3} + \theta_{pc}) = +180°$$

$$\theta_{P3} = \arctan\left(\frac{4,54}{100-1,98}\right) = \arctan\left(\frac{4,54}{98,02}\right) = 2,65$$

$$\theta_{P2} = 180 - \arctan\left(\frac{4,54}{1,98-1,71}\right) = 180 - \arctan\left(\frac{4,54}{3,305}\right) = 93,4$$

$$\theta_{P1} = 180 - \arctan\left(\frac{4,54}{1,98-0}\right) = 180 - \arctan\left(\frac{4,54}{1,98}\right) = 113,56$$

$$\theta_{zc} = \arctan\left(\frac{4,54}{1,98-1,98}\right) = \arctan\left(\frac{4,54}{0}\right) = 90$$

$$\theta_{zc} - (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \theta_{p3} + \theta_{pc}) = +180^o$$

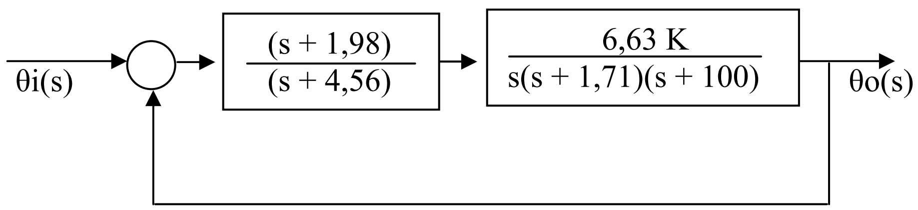
$$90^o - (113,56^o + 93,4^o + 2,65^o + \theta_{pc}) = 180^o$$

$$\theta_{pc} = 60,39^o$$

Determinando o pólo do compensador:

$$\tan(\theta_{PC}) = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

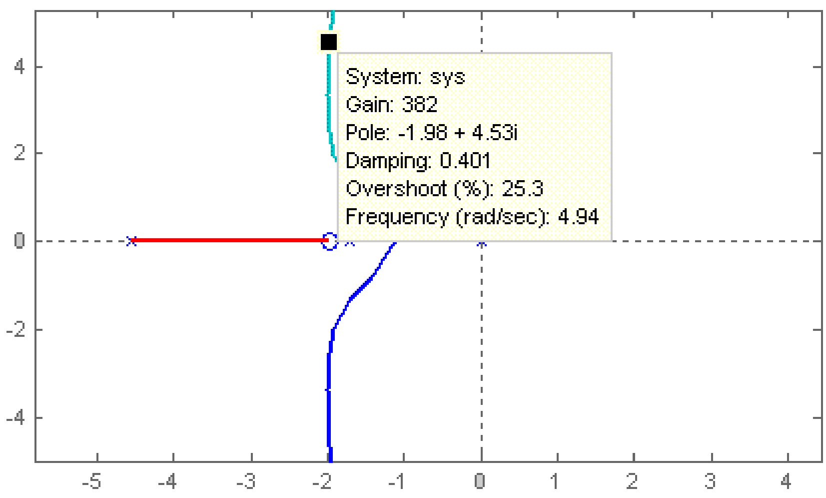
$$\tan(60,39^o) = \frac{4,54}{pc-1,98} \quad \Rightarrow \quad pc - 1,98 = \frac{4,54}{\tan(60,39^o)} \quad \Rightarrow \quad pc = 4,56$$



- Calculando o ganho K através do matlab:

$$\text{FTMA: } G(s) = \frac{6,63K(s+1,98)}{s(s+4,56)(s+1,71)(s+100)}$$

```
num1 = 6.63*[1 1.98]
den1 = conv([1 0],conv([1 4.56],conv([1 1.71],[1 100])));
rlocus(num1, den1)                    % traça o lugar das raízes
```



Pelo lugar das raízes o ganho K deve ser igual a 382.

FTMF :

$$G(s) = \frac{6{,}63.382(s+1{,}98)}{s(s+4{,}56)(s+1{,}71)(s+100)+6{,}63.382(s+1{,}98)}$$

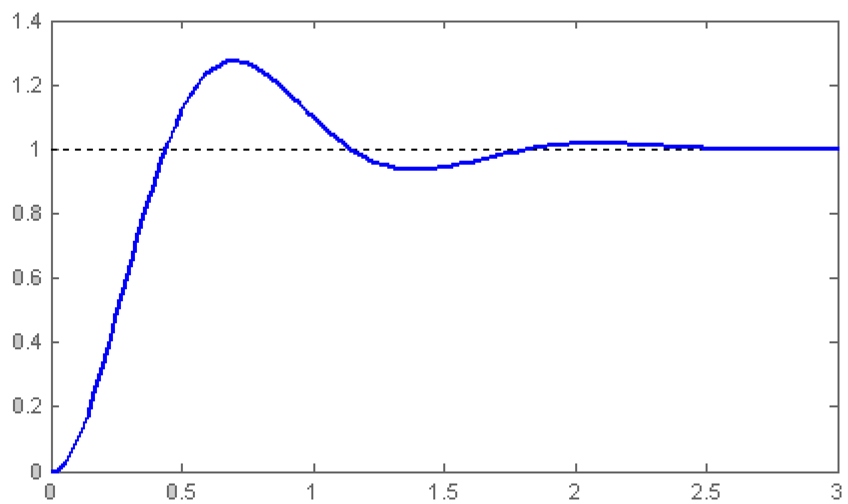
$$G(s) = \frac{2532{,}66(s+1{,}98)}{s(s+4{,}56)(s+1{,}71)(s+100)+2532{,}66(s+1{,}98)}$$

Desenhando o gráfico da resposta do sistema pelo matlab:

```
num2 = 2532.66 * [1 1.98]
mul = conv([1 0],conv([1 4.56],conv([1 1.71],[1 100])));
den2 = mul + 2532.66*[0 0 0 1 1.98]
```

aplicando um degrau unitário:

```
step(num2,den2)
```



Nota-se que as especificações foram atendidas, isto é, o tempo de acomodação é de 2 segundos e o sobre sinal de 25%.

Item	Projeto 1	Projeto 2	Projeto 3	Projeto 4	Projeto 5	Projeto 6
V	±10	±10	±10	±10	±10	±10
n	10	4	10	4	10	10
K	variável	variável	variável	variável	variável	variável
K1	100	120	80	100	120	120
a	100	120	80	100	120	120
Ra	6,6	5,8	11,5	9,2	6,6	7,7
JL	80	80	100	100	100	120
Ja	259x10-6	442x10-6	112x10-6	224x10-6	259x10-6	242x10-6
Kt	0,27	0,3	0,18	0,21	0,27	0,24
Ke	0,27	0,3	0,18	0,21	0,27	0,24
Da	130x10-6	221x10-6	56x10-6	112x10-6	130x10-6	121x10-6
DL	8	8	10	10	10	12
RT	0,007	0,008	0,005	0,006	0,008	0,006

Onde RT – razão de transmissão = N1/N2

Item	Projeto 7	Projeto 8	Projeto 9	Projeto 10	Projeto 11	Projeto 12
V	10	10	10	10	10	10
n	10	10	4	10	10	4
K	variável	variável	variável	variável	variável	variável
K1	120	80	80	100	120	120
a	120	80	80	100	120	120
Ra	5,7	5,7	11,5	11,5	6,5	7,7
JL	140	100	80	80	100	140
Ja	442x10-6	442x10-6	112x10-6	224x10-6	259x10-6	242x10-6
Kt	0,3	0,3	0,18	0,21	0,27	0,24
Ke	0,3	0,3	0,18	0,21	0,27	0,24
Da	221x10-6	221x10-6	56x10-6	112x10-6	130x10-6	121x10-6
DL	14	10	8	8	12	14
RT	0,005	0,007	0,005	0,008	0,005	0,005