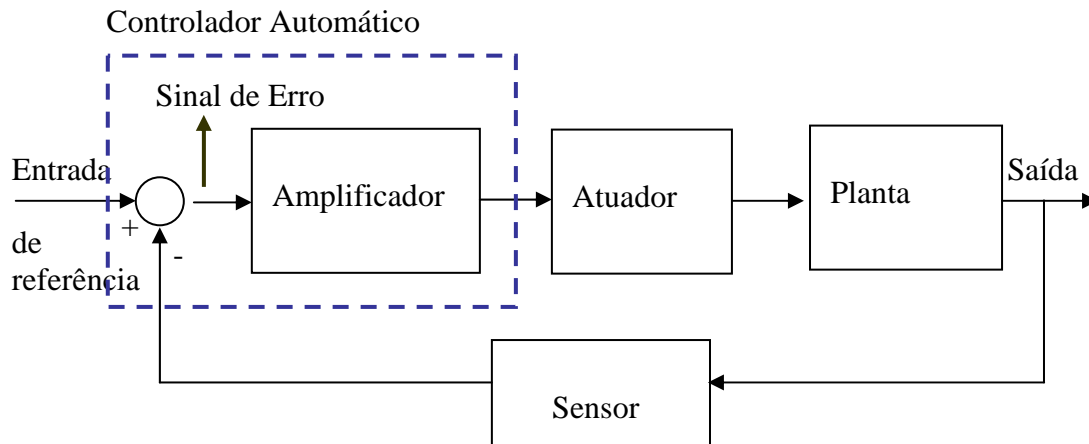


## CONTROLADORES AUTOMÁTICOS

Um controlador automático compara o valor real da saída da planta com uma entrada de referência (entrada desejada), determina o erro e produz um sinal de controle que irá acionar o atuador para reduzir ou zerar este erro.



Na análise do Lugar das raízes verificou-se que o acréscimo de pólos e zeros modifica o Lugar das Raízes, ou seja, é possível modificar os pólos dominantes de um sistema de malha fechada.

Modificando os pólos dominantes é possível alterar a resposta e o desempenho do sistema, portanto, é possível obter a forma de resposta desejada.

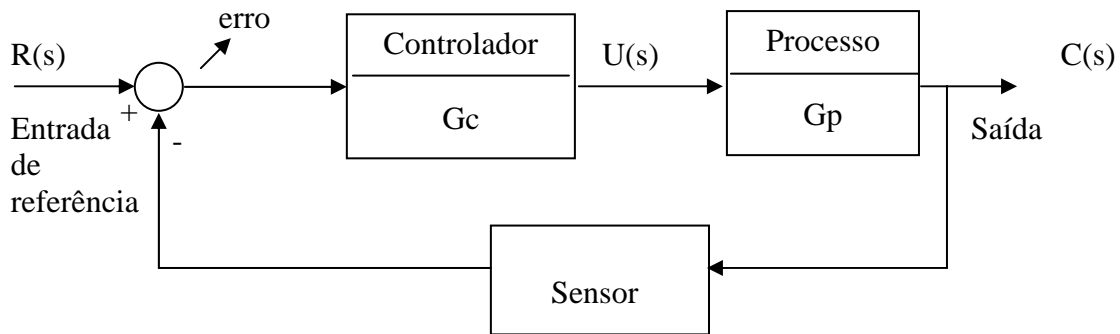
### Efeito da adição de pólos:

- O acréscimo de um pólo ao sistema tem por efeito puxar o lugar das raízes para a direita, tendendo diminuir a estabilidade do sistema e a tornar mais lenta a acomodação da resposta.

### Efeito da adição de zeros:

- O acréscimo de um zero ao sistema tem por efeito puxar o lugar das raízes para a esquerda, tendendo a tornar o sistema mais estável e mais rápida a acomodação da resposta.

Quem introduz pólos e zeros num sistema são os compensadores ou controladores.



A função de transferência do processo pode ser expressa em termos dos polinômios do numerador e do denominador:

$$G_p(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (8.1)$$

A função de transferência em malha fechada do diagrama de blocos acima é dada por:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \quad (8.2)$$

O erro em regime permanente (ou estado estacionário) é a diferença entre o sinal de entrada (ou referência) e o sinal de saída (ou sinal desejado):

$$E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - R(s) \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} = \frac{R(s)}{1 + G_c G_p} \quad (8.3)$$

## CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

No controlador proporcional a saída do controlador é diretamente proporcional ao sinal de erro, o qual é a sua entrada. Deste modo:

$$u(t) = K_p e(t)$$

Transformando por Laplace, a função de transferência do controlador proporcional é:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (8.4)$$

Utilizando a equação 8.3, o erro para uma entrada a degrau unitário é:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_c.G_p} = \frac{1/s}{1 + G_c.G_p}$$

Substituindo as funções de transferências do controlador  $G_c$  (eq. 8.4) e da planta  $G_p$  (eq. 8.1) e utilizando o teorema do valor final para calcular o erro estacionário, temos:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1/s}{1 + K_p \cdot \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}} = \frac{1}{1 + K_p \cdot \frac{b_m}{a_n}}$$

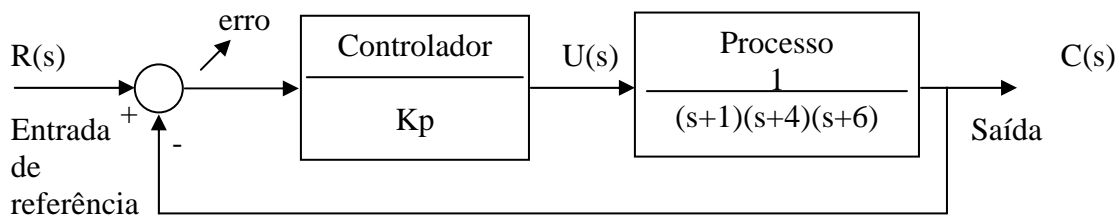
Nota-se que, neste caso, o erro estacionário não é zero:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p \cdot \frac{b_m}{a_n}} = \frac{1}{1 + C_p}$$

Quanto maior for o valor de  $K_p \rightarrow$  maior valor de  $C_p \rightarrow$  menor erro estacionário.

### Instabilidade:

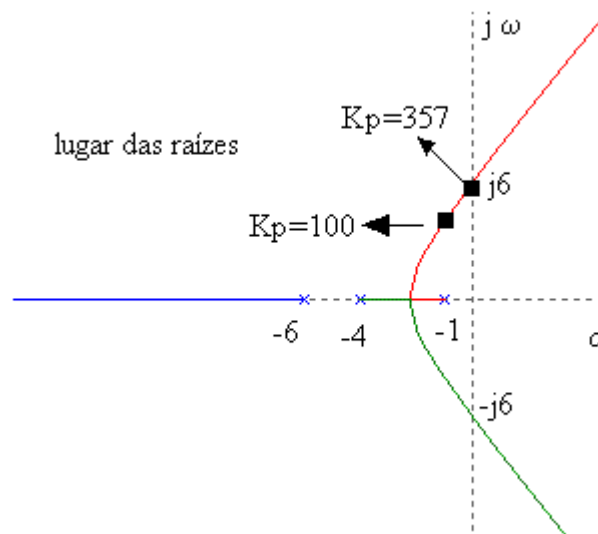
Valores altos de  $K$  pode deixar o sistema instável. Considere o seguinte sistema:



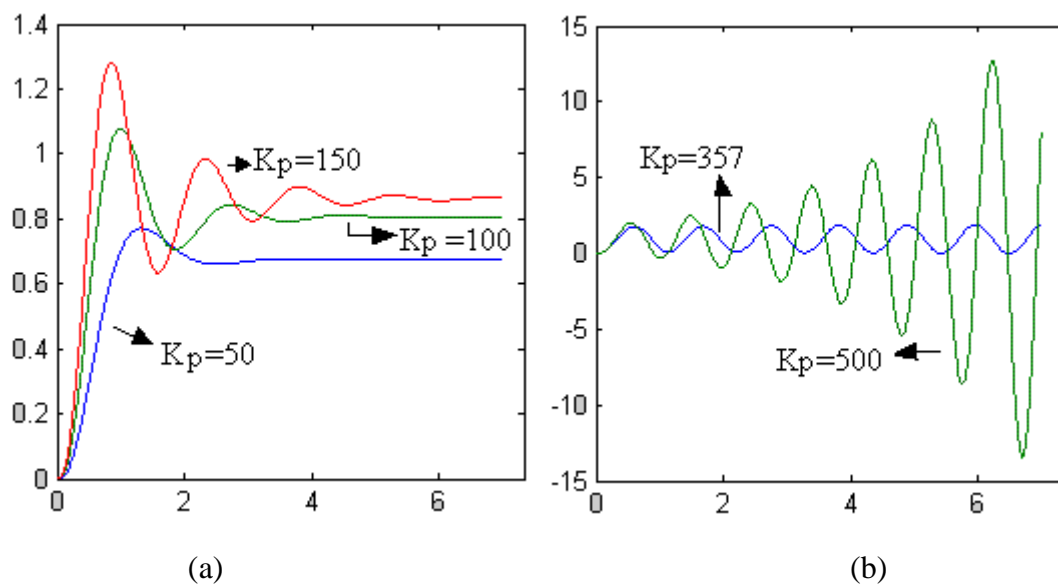
A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{(s+1)(s+4)(s+6) + K_p}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



A saída dessa função para alguns valores de  $K_p$  é mostrado abaixo:

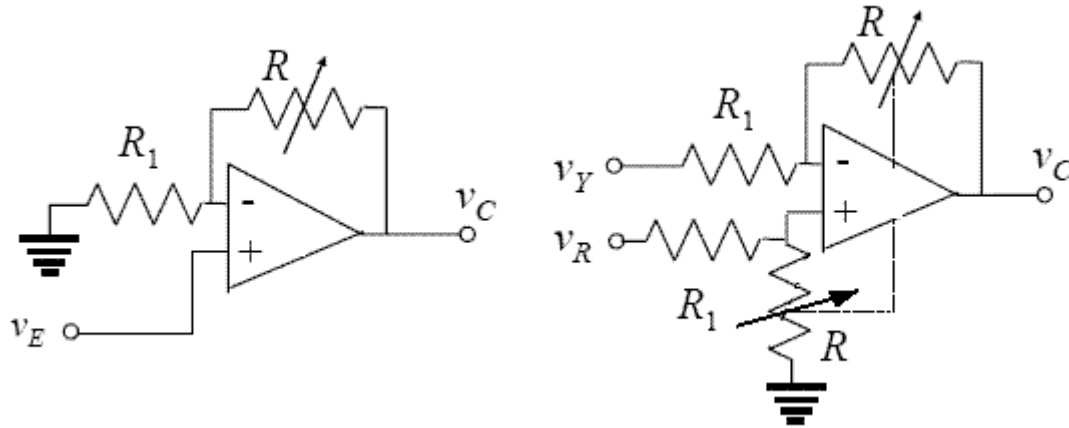


Pelas figuras nota-se que quanto maior o valor de  $K_p$  maior é o tempo de subida. A figura (b) mostra o caso para valores maiores de  $K_p$ , o qual leva o sistema à instabilidade.

**Resumo:** Características do controlador proporcional:

- não elimina erro de regime
- aumento do ganho, diminui o tempo de subida da saída  $c(t)$
- ganho muito elevado pode levar à instabilidade do sistema
- o aumento do ganho aumenta a velocidade de resposta

### Exemplos de Implementação do Controlador Proporcional



$$v_c(t) = \left[ 1 + \frac{R}{R_1} \right] v_E(t)$$

$$v_c(t) = \frac{R}{R_1} (v_R(t) - v_Y(t))$$

onde:

$v_E(t) \rightarrow$  tensão da variável erro

$v_Y(t) \rightarrow$  tensão da variável controlada

$v_C(t) \rightarrow$  tensão da variável de comando

$v_R(t) \rightarrow$  tensão da variável de referência

### CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL (PI)

No controlador proporcional integral a saída do controlador é proporcional ao sinal de erro e à integral do erro. Deste modo:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \right)$$

onde:  $T_i$  é a constante de tempo integral.

Transformando por Laplace, a função de transferência do controlador proporcional integral é dada por:

$$U(s) = K_p \left( E(s) + \frac{E(s)}{sT_i} \right)$$

$$G_{pi} = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_p}{sT_i} = \frac{K_p (sT_i + 1)}{sT_i} = \frac{K_p \left[ s + \frac{1}{T_i} \right]}{s} \quad (8.5)$$

Este controlador adiciona um zero em  $s = -1/T_i$  e um pólo na origem ( $s = 0$ ).

Utilizando a equação 8.3, o erro para uma entrada a degrau unitário é:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_c.G_p} = \frac{1/s}{1 + G_c.G_p}$$

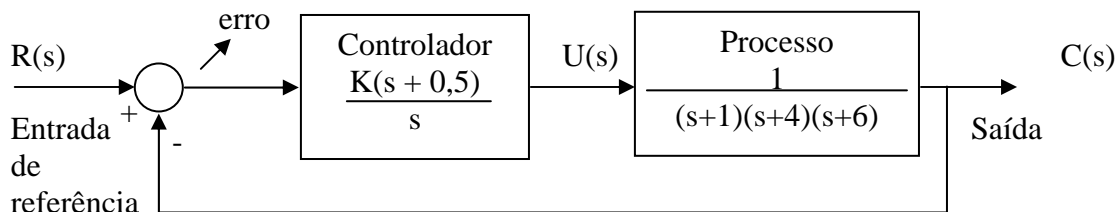
Substituindo as funções de transferências do controlador  $G_c$  (eq. 8.5) e da planta  $G_p$  (eq. 8.1) e utilizando o teorema do valor final para calcular o erro estacionário, temos:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{K_p(sT_i + 1)}{sT_i} \cdot \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n}} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

Nota-se que, neste caso, o controlador proporcional integral elimina o erro estacionário.

#### Instabilidade:

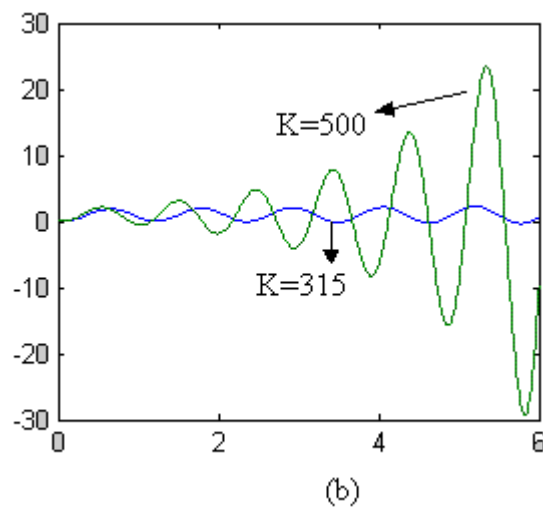
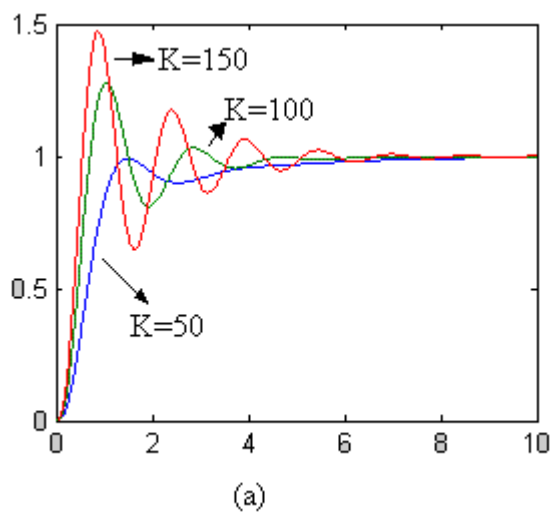
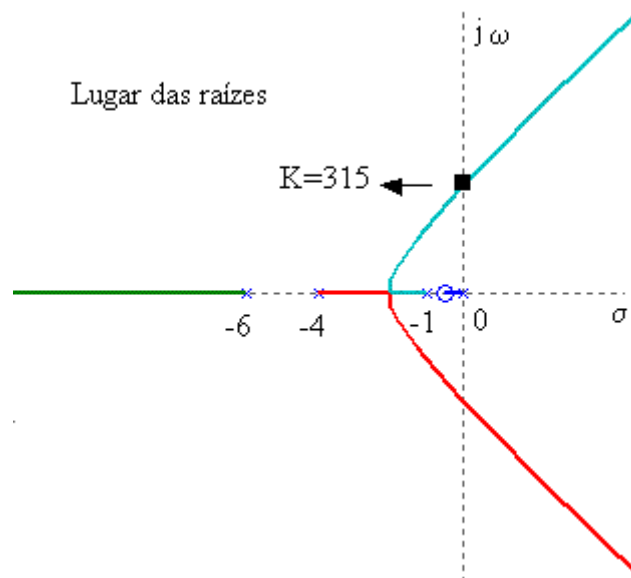
Considere o seguinte sistema com o controlador proporcional integral:



A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s + 0,5)}{s(s + 1)(s + 4)(s + 6) + K(s + 0,5)}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:

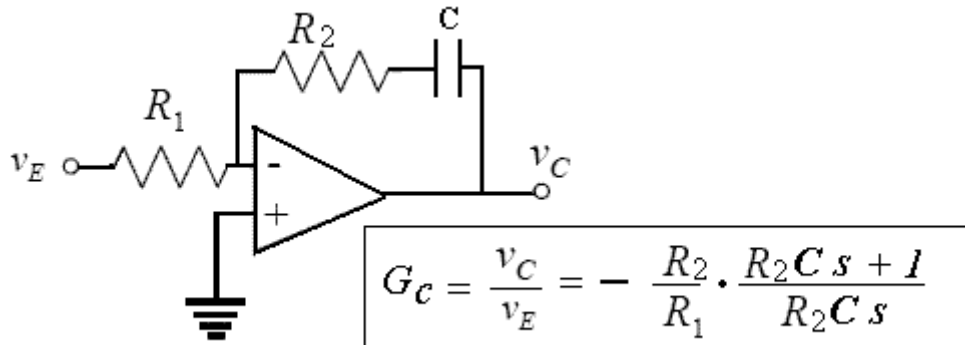


Pelas figuras nota-se que quanto maior o valor de  $K_p$  maior é o tempo de subida. A figura (b) mostra o caso para valores maiores de  $K_p$ , o qual leva o sistema à instabilidade.

**Resumo:** Características do controlador proporcional integral (PI):

- elimina o erro de regime
- acrescenta um pólo em  $s=0$  e um zero em  $s=-1/T_i$
- pode atrasar o tempo de subida da saída  $c(t)$
- ganho muito elevado pode levar à instabilidade do sistema
- aumenta o sobresinal da saída

### Exemplo de Implementação do Controlador Proporcional Integral (PI)



### CONTROLADOR PROPORCIONAL DERIVATIVO (PD)

No controlador proporcional derivativo a saída do controlador é proporcional ao sinal de erro e a variação (ou derivada) do erro. Deste modo:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

onde:  $T_d$  é chamado de tempo derivativo.

Transformando por Laplace, a função de transferência do controlador proporcional derivativo é dada por:

$$U(s) = K_p (E(s) + s T_d E(s))$$

$$G_{pd} = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + s K_p T_d = K_p (1 + s T_d) = K_p T_d \left( s + \frac{1}{T_d} \right) \quad (8.6)$$

Este controlador adiciona um zero em  $s = -1/T_d$  e portanto aumenta a estabilidade.

Utilizando a equação 8.3, o erro para uma entrada a degrau unitário é:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_c G_p} = \frac{1/s}{1 + G_c G_p}$$

Substituindo as funções de transferências do controlador  $G_c$  (eq. 8.6) e da planta  $G_p$  (eq. 8.1) e utilizando o teorema do valor final para calcular o erro estacionário, temos:



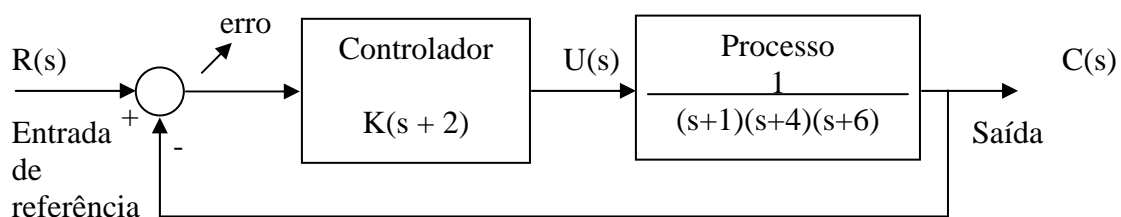
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\frac{1}{s}}{1 + K_p T_d \left( s + \frac{1}{T_d} \right) \cdot \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}} = \frac{1}{1 + K_p \frac{b_m}{a_n}}$$

Nota-se que, neste caso, o erro estacionário não é zero:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p \frac{b_m}{a_n}} = \frac{1}{1 + Cp}$$

### Instabilidade:

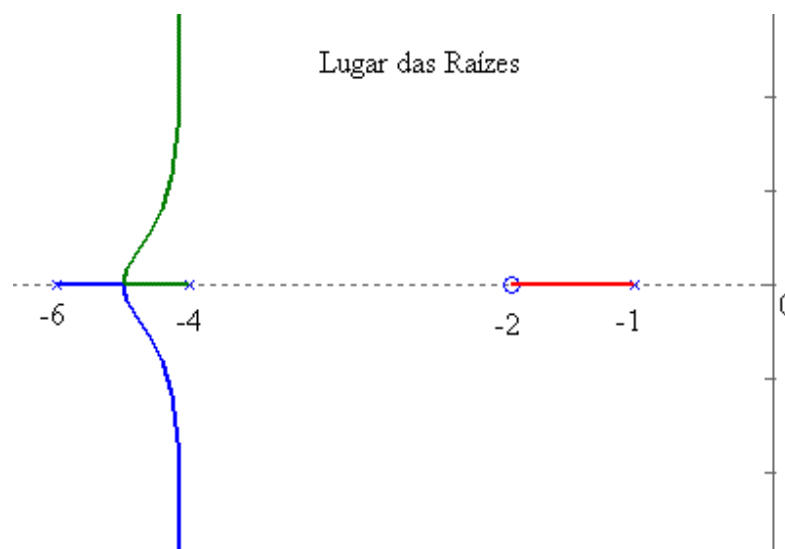
Considere o seguinte sistema com o controlador proporcional derivativo:

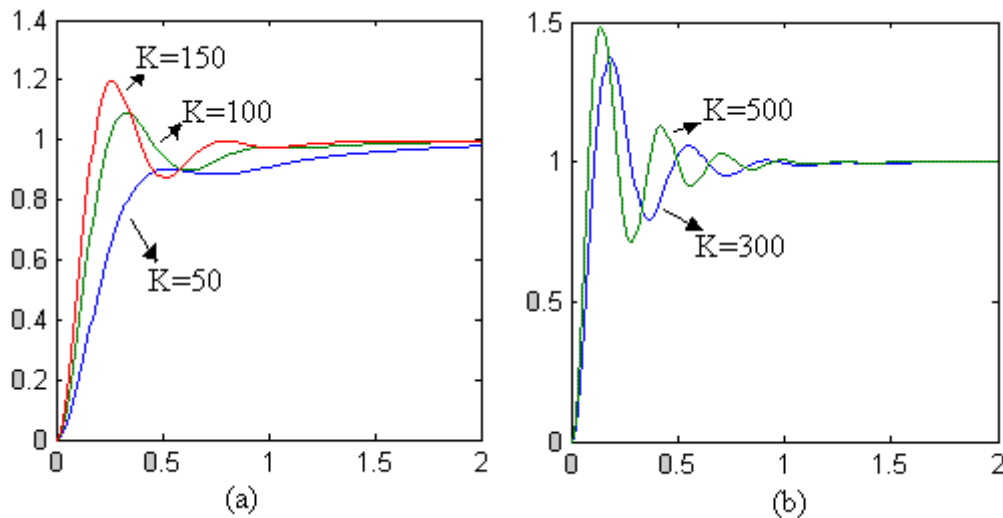


A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)}{(s+1)(s+4)(s+6) + K(s+2)}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



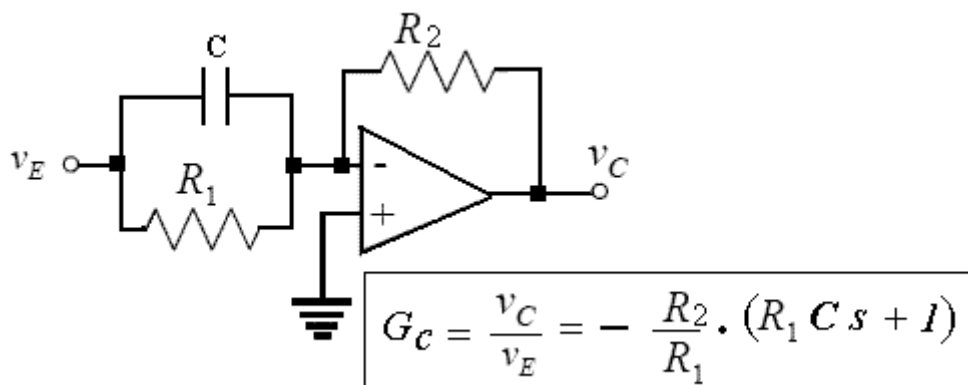


Pelas figuras nota-se que quanto maior o valor de  $K_p$  maior é o tempo de subida. A figura (b) mostra que mesmo para valores altos de  $K_p$ , o sistema ainda se mantém estável.

**Resumo:** Características do controlador proporcional derivativo (PD):

- não elimina o erro de regime
- acrescenta um zero em  $s = -1/T_d$
- atenua os sobresinais de saída
- leva o lugar das raízes para a esquerda
- melhora a estabilidade
- resposta mais rápida
- prevê o erro atuante e corrige o mesmo antes que o erro se torne elevado.
- não é muito usado devido ao problema de ruídos.

### Exemplo de Implementação do Controlador Proporcional Derivativo (PD)



## CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID)

No controlador proporcional integral derivativo a saída do controlador é proporcional ao sinal de erro, à integral do erro e a variação (ou derivada) do erro. Deste modo:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t).dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

onde:  $T_i$  é a constante de tempo integral.

$T_d$  é chamado de tempo derivativo.

Transformando por Laplace, a função de transferência do controlador proporcional integral derivativo é dada por:

$$U(s) = K_p \left( E(s) + \frac{E(s)}{sT_i} + sT_d E(s) \right)$$

$$G_{pid} = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = K_p \left( \frac{sT_i + 1 + s^2T_dT_i}{sT_i} \right) \quad (8.7)$$

Este controlador adiciona um zero em  $s = 0$  e dois zeros.

Utilizando a equação 8.3, o erro para uma entrada a degrau unitário é:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_c.G_p} = \frac{1/s}{1 + G_c.G_p}$$

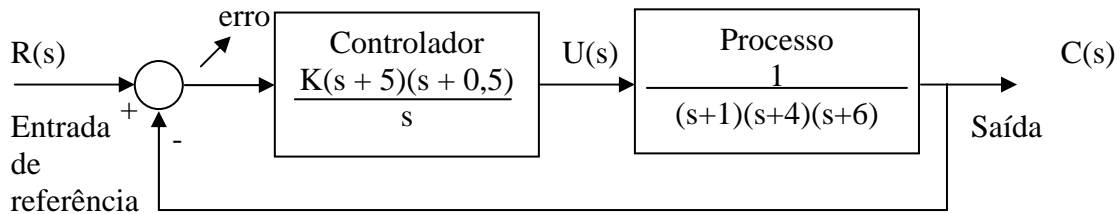
Substituindo as funções de transferências do controlador  $G_c$  (eq. 8.6) e da planta  $G_p$  (eq. 8.1) e utilizando o teorema do valor final para calcular o erro estacionário, temos:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1/s}{1 + K_p \left( \frac{sT_i + 1 + s^2T_dT_i}{sT_i} \right) \cdot \frac{b_0s^m + b_1s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + b_m}{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n}} = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

Nota-se que, neste caso, o erro em regime estacionário é zero.

Instabilidade:

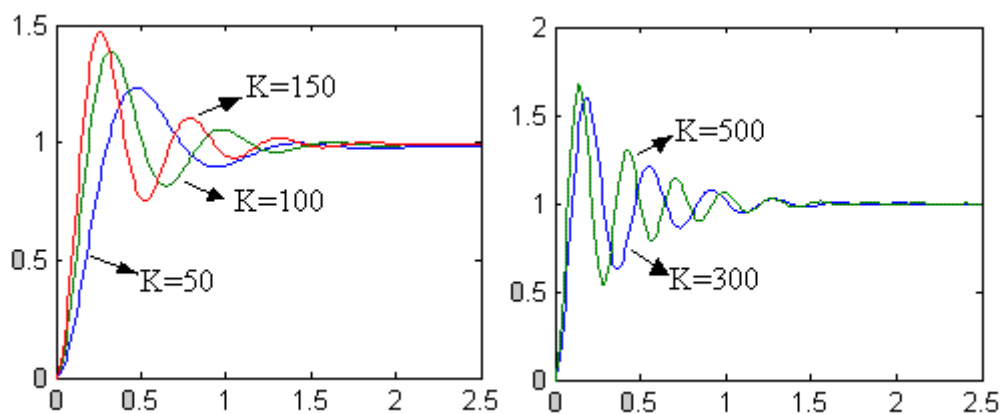
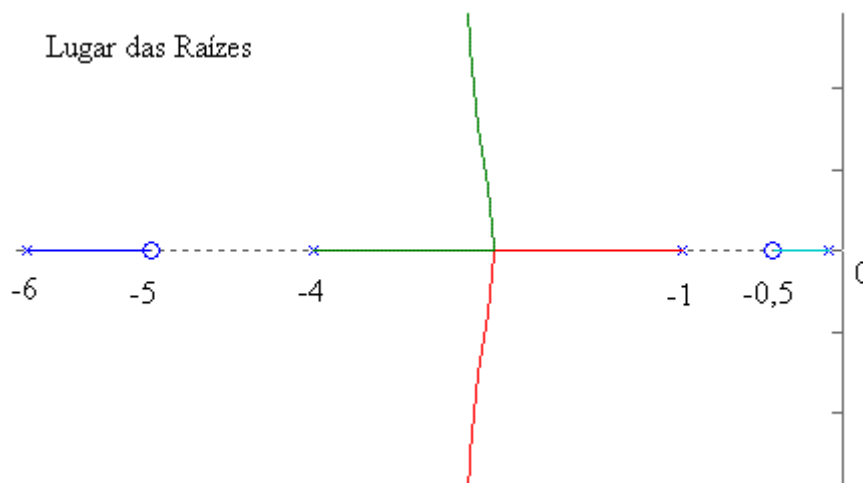
Considere o seguinte sistema com o controlador proporcional integral derivativo:



A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+5)(s+0,5)}{s(s+1)(s+4)(s+6) + K(s+5)(s+0,5)}$$

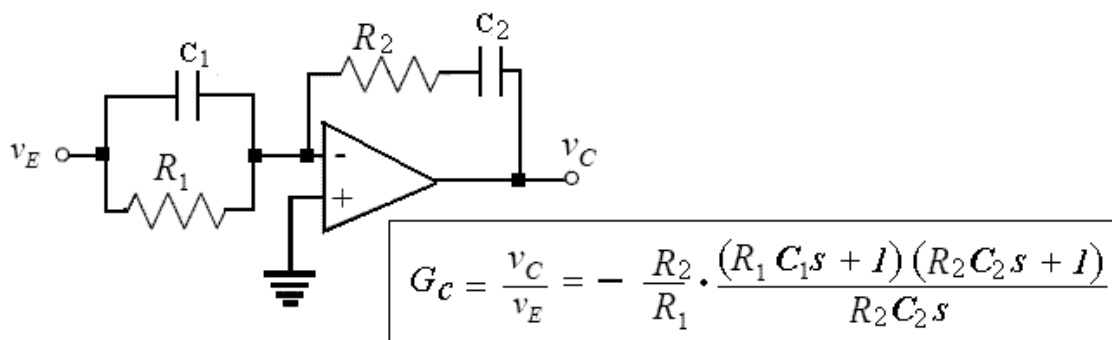
O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



**Resumo:** Características do controlador proporcional integral derivativo (PID):

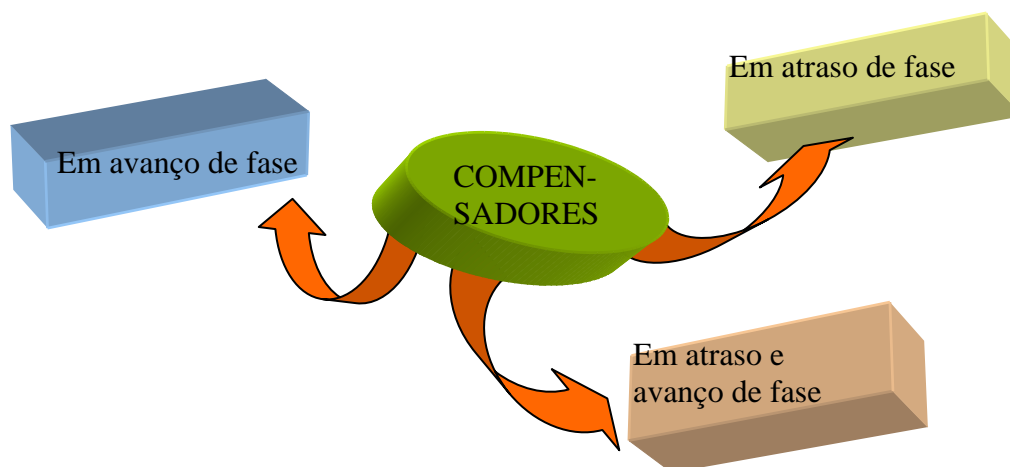
- elimina o erro de regime
- acrescenta um pólo em  $s=0$  e acrescenta dois zero na função
- atenua os sobresinais de saída
- leva o lugar das raízes para a esquerda
- melhora a estabilidade

### Exemplo de Implementação do Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)



### COMPENSADORES

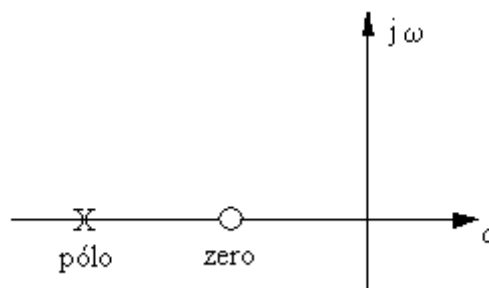
Compensadores são componentes inseridos em um sistema de controle com o objetivo de melhorar o desempenho do mesmo. Tipos de compensadores:



## COMPENSADOR EM AVANÇO DE FASE

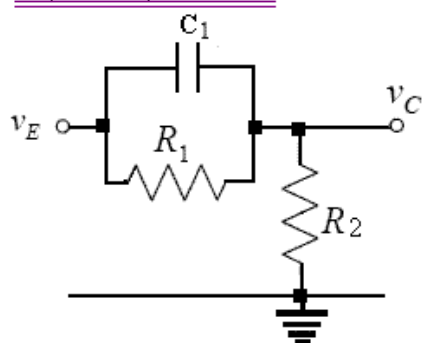
- acrescenta um pólo e um zero reais

$$G_c(s) = K_c \frac{s+z}{s+p} = K_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}; \quad 0 < \alpha < 1$$



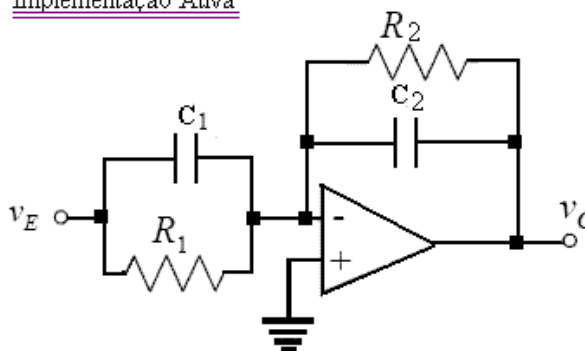
- pode ser implementado em um circuito passivo RC ou ativo com amp-op:

Implementação Passiva



$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = \frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1}}$$

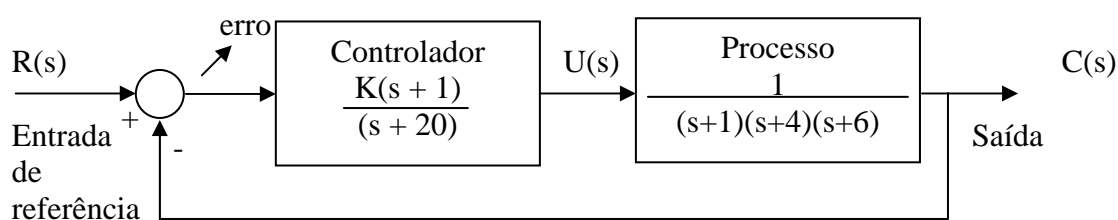
Implementação Ativa



$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(R_1 C_1 s + 1)}{(R_2 C_2 s + 1)}$$

com:  $R_1 C_1 > R_2 C_2$

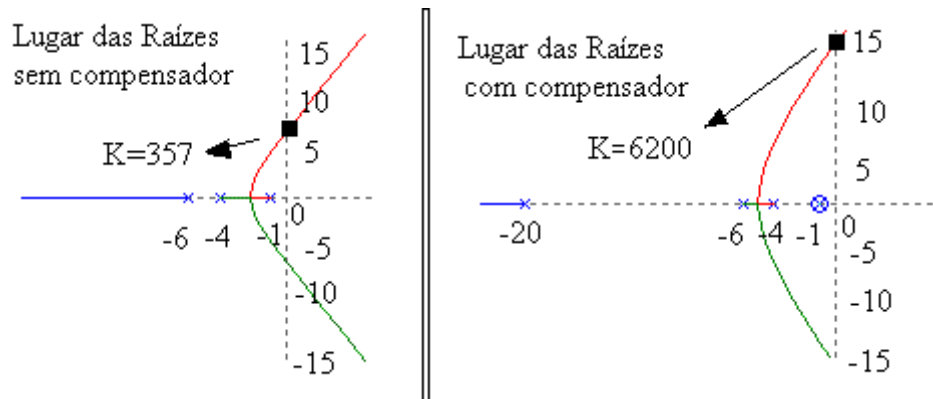
Considere o seguinte sistema com o compensador de avanço de fase:



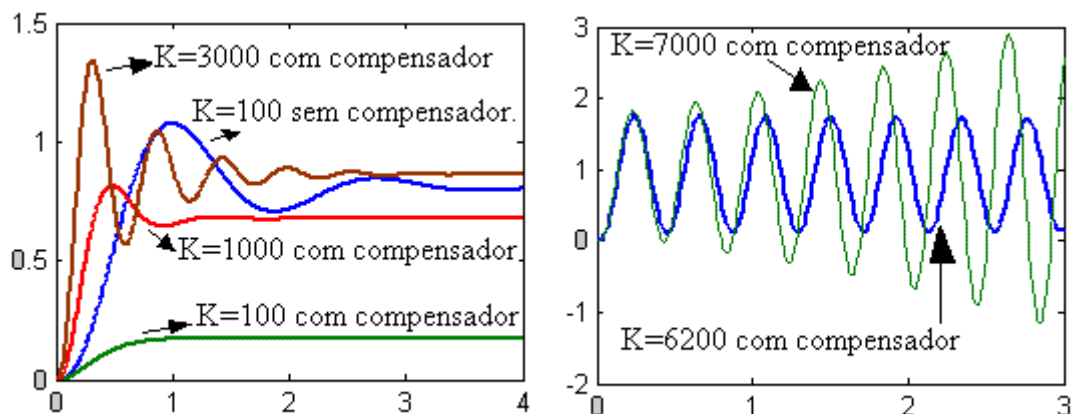
A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)}{(s+20)(s+1)(s+4)(s+6) + K(s+1)}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



Nota-se pela figura que o ganho K pode ser aumentado até o valor de 6.200 com o compensador:



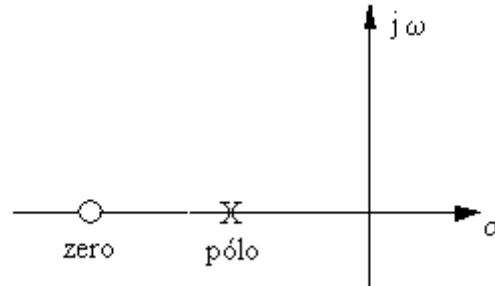
O compensador de avanço de fase tem as seguintes características observadas pelos gráficos acima:

- leva o L.R. para a esquerda
- possibilita obter a resposta desejada
- melhora a resposta dinâmica
- diminui tempo de resposta
- aumenta faixa de passagem de frequência ( passa-alta)
- aumenta ganho em frequências maiores
- aumenta sensibilidade a ruídos indesejáveis
- usado quando se deseja alterar tempo de resposta e o sobressinal

## COMPENSADOR EM ATRASO DE FASE

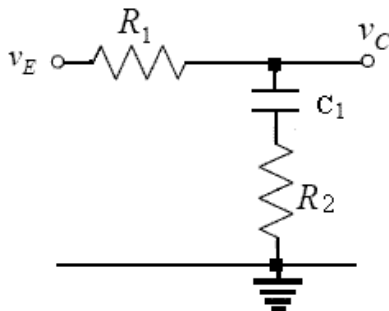
- acrescenta um pólo e um zero reais

$$G_c(s) = K_c \frac{s+z}{s+p} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}; \quad \alpha > 1$$



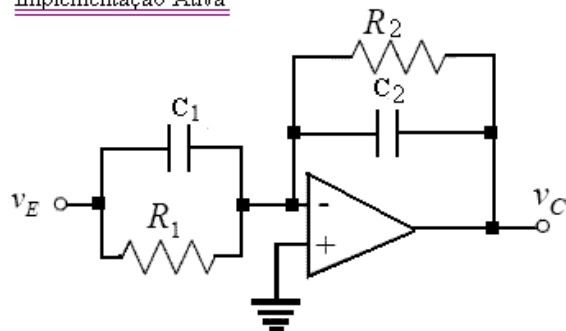
- pode ser implementado em um circuito passivo RC ou ativo com amp-op:

Implementação Passiva



$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \frac{s + \frac{1}{R_2 C_1}}{s + \frac{1}{(R_1 + R_2) C_1}}$$

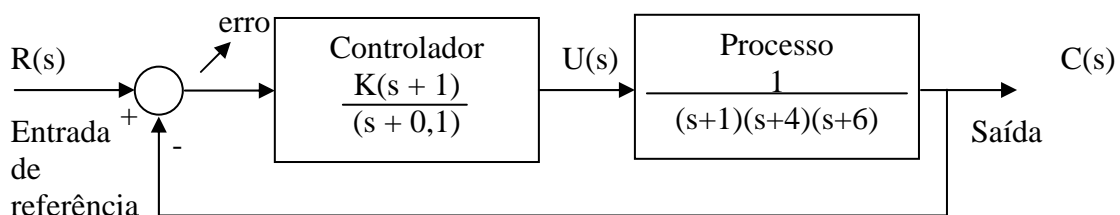
Implementação Ativa



$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(R_1 C_1 s + 1)}{(R_2 C_2 s + 1)}$$

$$\text{com: } R_2 C_2 > R_1 C_1$$

Considere o seguinte sistema com o compensador de avanço de fase:

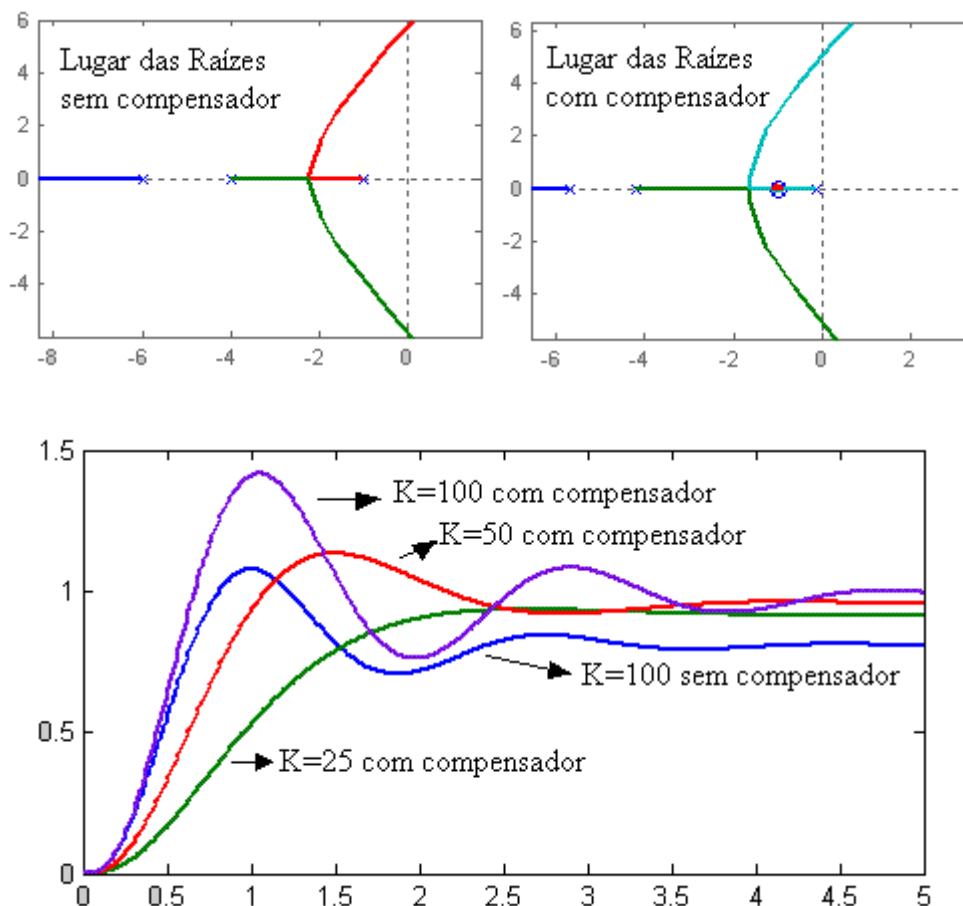




A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)}{(s+0,1)(s+1)(s+4)(s+6) + K(s+1)}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



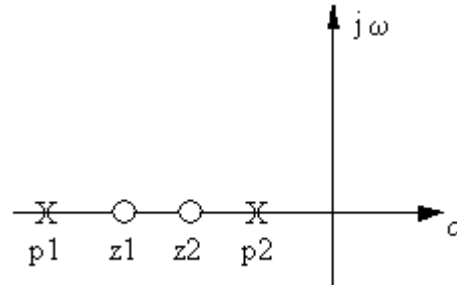
O compensador de avanço de fase tem as seguintes características observadas pelos gráficos acima:

- altera pouco o lugar das Raízes.
- leva o Lugar das Raízes para a direita (mais instável).
- reduz erro de regime estacionário
- atrasa a resposta transitória
- diminui a largura de faixa de frequência ( filtro passa baixa)
- elimina ruído de alta frequência
- usado quando constantes de erro de posição, velocidade ou aceleração são especificados

## COMPENSADOR EM ATRASO E AVANÇO DE FASE

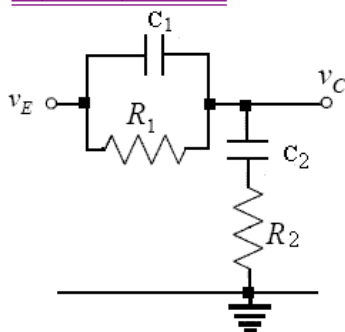
- acrescenta dois pólo e dois zero reais

$$G_c(s) = K_c \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{(s + p_1)(s + p_2)}$$



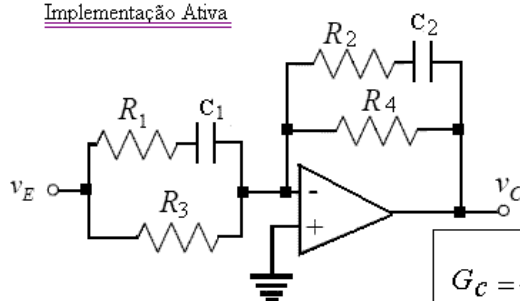
- pode ser implementado em um circuito passivo RC ou ativo com amp-op:

Implementação Passiva



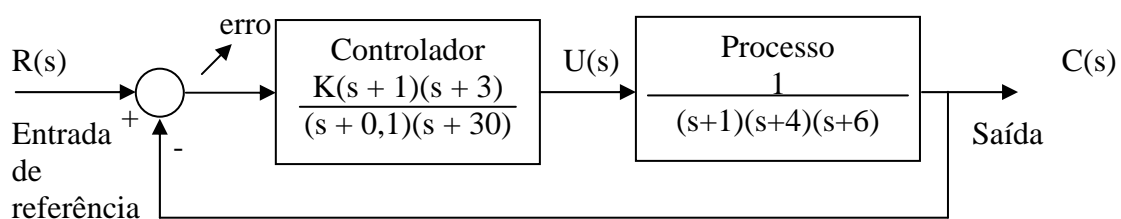
$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = \frac{\left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right) \left(s + \frac{1}{R_2 C_2}\right)}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1}\right) s + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Implementação Ativa



$$G_c = \frac{v_C}{v_E} = -\frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{[(R_1 + R_3) C_1 s + 1][R_2 C_2 s + 1]}{(R_1 C_1 s + 1)[(R_2 + R_4) C_2 s + 1]}$$

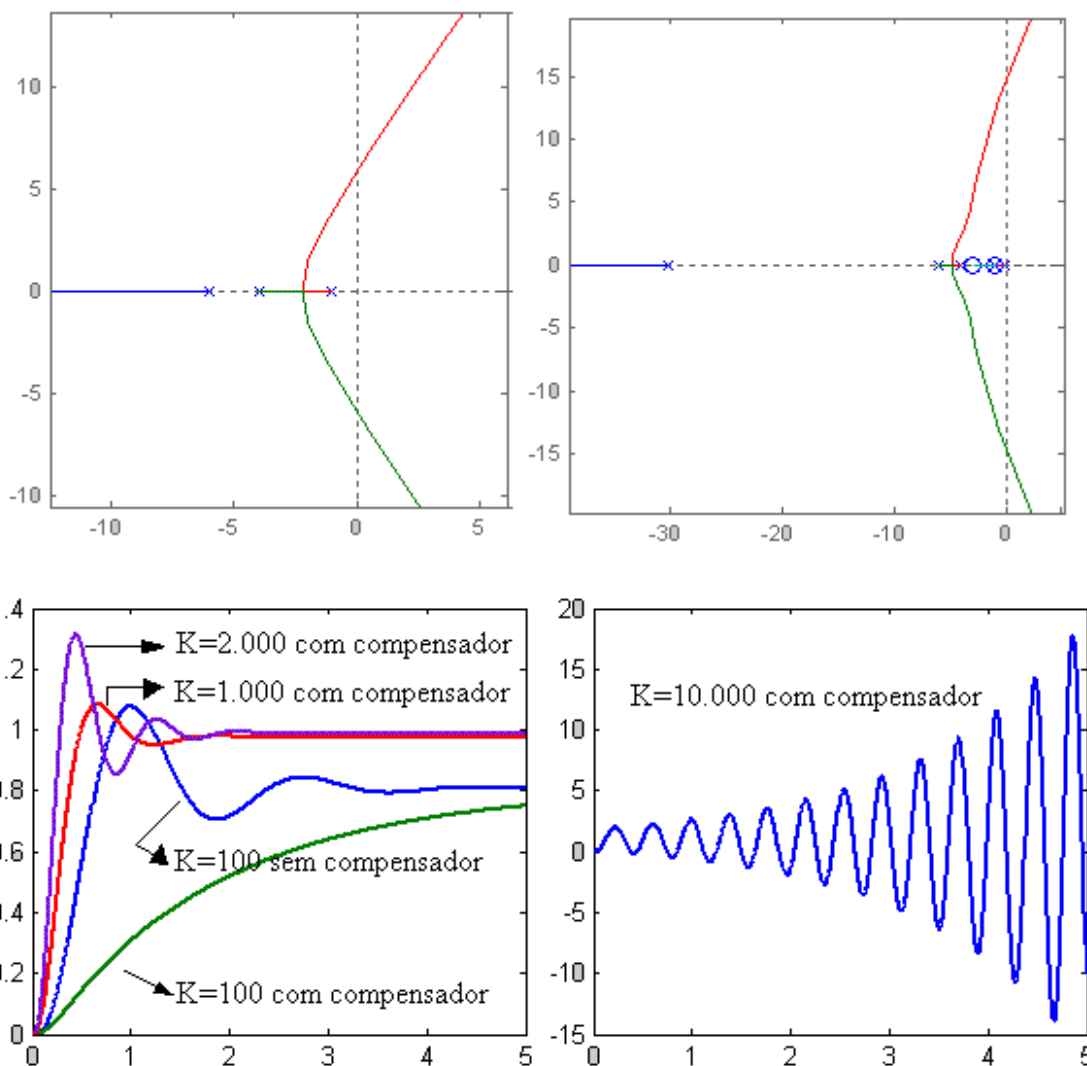
Considere o seguinte sistema com o compensador de avanço de fase:



A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)(s+3)}{(s+0,1)(s+30)(s+1)(s+4)(s+6) + K(s+1)(s+3)}$$

O lugar das raízes dessa função é dada pela seguinte figura:



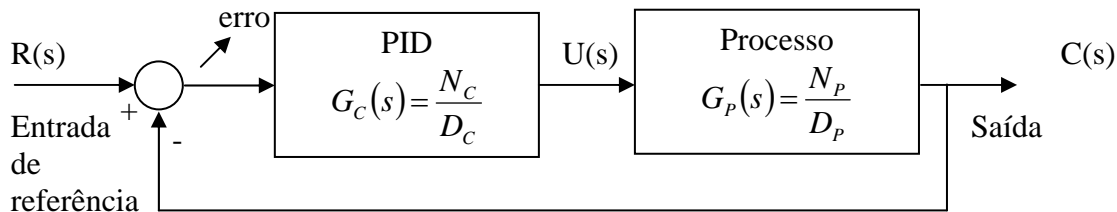
O compensador de avanço de fase tem as seguintes características observadas pelos gráficos acima:

\* combina as vantagens da compensação por avanço de fase e por atraso de fase:

- leva o L.R. para a esquerda
- possibilita obter a resposta desejada
- melhora a resposta dinâmica
- diminui tempo de resposta
- reduz erro de regime estacionário

### SECÇÃO MATLAB

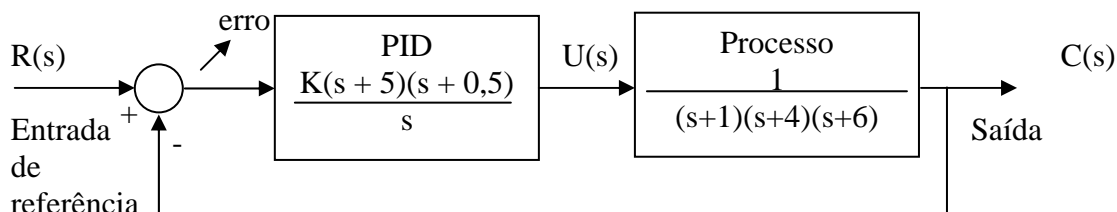
Faça o exemplo dado em aula no matlab, considere:



$$FTMF = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_C G_P}{1 + G_C G_P}$$

$$FTMF = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{N_C N_P}{D_C D_P + N_C N_P}$$

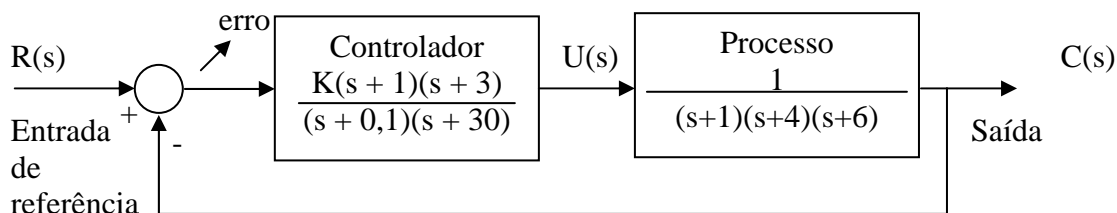
$$FTMA = \frac{N_C N_P}{D_C D_P}$$



Passos:

np = 1	;numerador do processo
dp = conv([1 1],conv([1 4],[1 6]))	;denominador do processo
nc = conv([1 5],[1 0.5])	;numerador do controlador
dp = [1 0]	;denominador do controlador
nma = conv(nc,np)	;numerador da FTMA
dma = conv(dp,dp)	;denominador da FTMA
nmf = 50*nma	;numerador da FTMF vezes o ganho
dmf = dma + [0 0 nmf]	;denominador da FTMF
step(nmf,dmf)	;resposta degrau da FTMF
rlocus(nma,dma)	;Lugar das Raízes da FTMA

Faça no matlab o compensador abaixo:



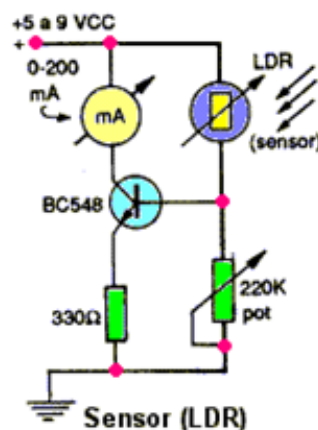
## Sensores de Luz

Além de seu uso em fotometria (incluindo analisadores de radiações e químicos), é a parte de sistemas de controle de luminosidade, como os relés fotoelétricos de iluminação pública e sensores indireto de outras grandezas, como velocidade e posição (fim de curso).

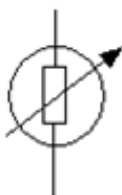
- LDR:

O LDR (light dependent resistor, resistor dependente da luz) tem sua resistência diminuída ao ser iluminado. É composto de um material semicondutor, o sulfeto de cádmio, CdS. A energia luminosa desloca elétrons da camada de valência para a de condução (mais longe do núcleo), aumentando o número destes, diminuindo a resistência. A resistência varia de alguns Mw, no escuro, até centenas de W, com luz solar direta.

Os usos mais comuns do LDR são em relés fotoelétricos, fotômetros e alarmes. Sua desvantagem está na lentidão de resposta, que limita sua operação.



## Símbolo do LDR:



- Células foto-voltaicas

São dispositivos que convertem energia luminosa em elétrica.

O diodo iluminado intensamente na junção pode reverter a barreira de potencial em fonte de elétrons, produzindo energia. A eficiência do processo é baixa devido a pouca transparência da junção (somente as camadas superficiais são iluminadas), apenas alguns %.

Seu uso principal está nos painéis solares.

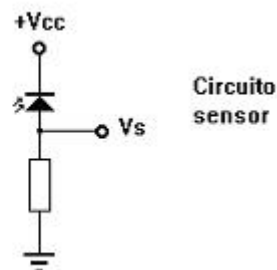
Outro dispositivo é a foto-célula de selênio (um semicondutor), de operação similar. Usa-se em medidores de luminosidade e aparelhos de análise química (como fotocolorímetros).

- **Foto-diodo**

É um diodo semicondutor em que a junção está exposta à luz. A energia luminosa desloca elétrons para a banda de condução, reduzindo a barreira de potencial pelo aumento do número de elétrons, que podem circular se aplicada polarização reversa.

A corrente nos foto-diodos é da ordem de dezenas de mA com alta luminosidade, e a resposta é rápida. Há foto-diodos para todas as faixas de comprimentos de onda, do infravermelho ao ultravioleta, dependendo do material.

O foto-diodo é usado como sensor em controle remoto, em sistemas de fibra óptica, leitoras de código de barras, scanner (digitalizador de imagens, para computador), canetas ópticas (que permitem escrever na tela do computador), toca-discos CD, fotômetros e como sensor indireto de posição e velocidade.



- **Foto-transistor**

É um transistor cuja junção coletor-base fica exposta à luz e atua como um foto-diodo. O transistor amplifica a corrente, e fornece alguns mA com alta luminosidade. Sua velocidade é menor que a do foto-diodo.

Suas aplicações são as do foto-diodo, exceto sistemas de fibra-óptica, pela operação em alta frequência.

