

**Sistema de Controle:** é um sistema cuja saída é controlada para assumir um valor determinado ou seguir uma determinada entrada.

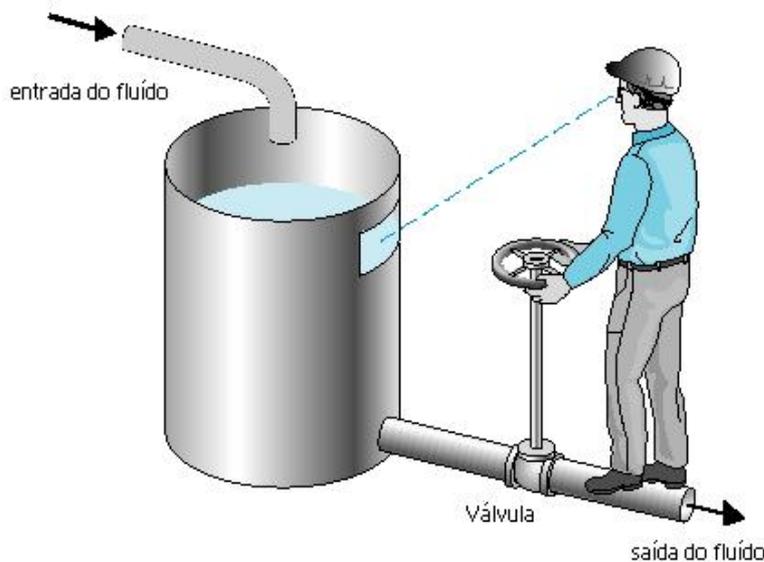


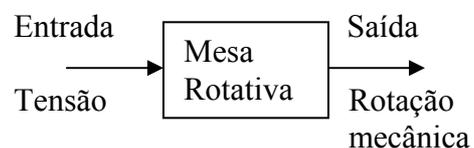
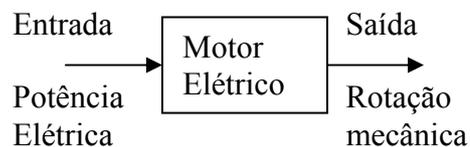
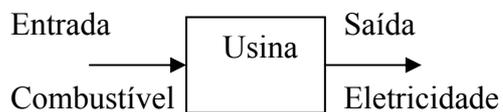
Fig.01 – Sistema de controle manual para regular o nível de fluido em um reservatório. O operador ajusta a válvula observando o nível atual do fluido.

**Sistema:** é a interação entre vários componentes, sendo de interesse apenas a relação entre a entrada e a saída.

Exemplos de Sistemas:

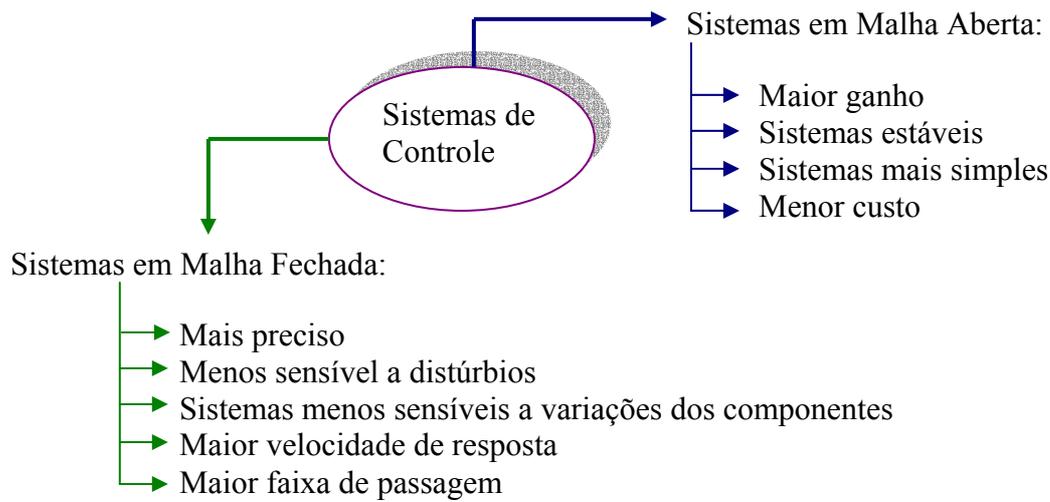
- Usina Hidreétrica
- Motor elétrico
- Automóvel
- Mesa rotativa

Os componentes (ou os processos) podem ser representados por blocos

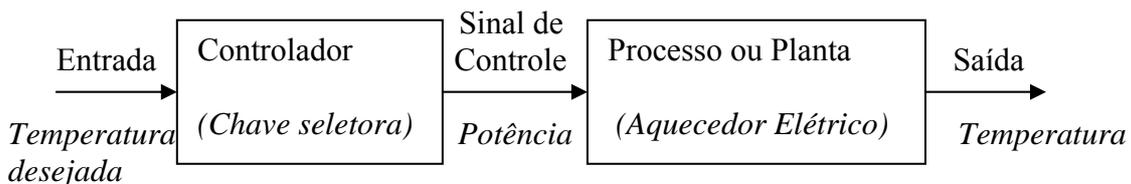


- **Planta:** é o equipamento a ser controlado (motor, atuador, reator, etc)
- **Processo:** é todo fenômeno, natural ou artificial, que evoluem segundo uma dinâmica (processo químico, biológico, etc.)
- **Perturbação externa ou distúrbio:** São sinais com efeitos indesejados sobre o processo

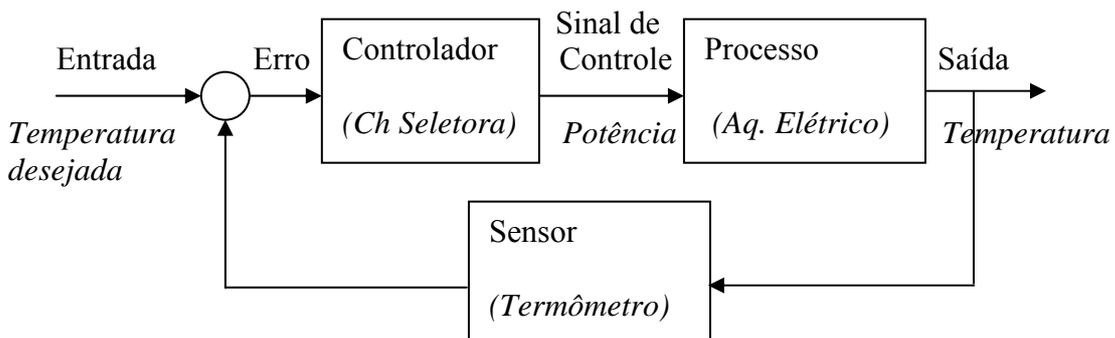
## Formas de Sistemas de Controle



**Sistema em malha aberta:** é um sistema composto por uma planta ou processo e um controlador sem que haja interferência do sinal de saída no sinal de controle.



**Sistema em malha fechada (ou sistema realimentado, ou sistema com retroação):** Uma parcela do sinal de saída é realimentado junto à entrada do sistema.

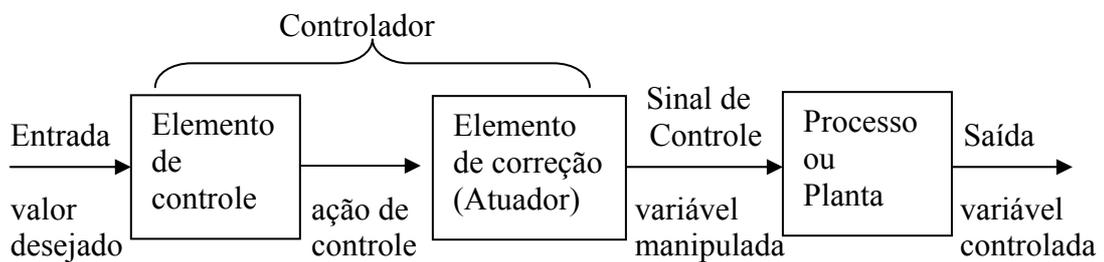


Exercício:

1) Os seguintes sistemas são em malha aberta ou em malha fechada? Por que?

- a) Uma chaleira elétrica que desliga quando a água ferve.
- b) Um refrigerador.
- c) Uma chapa elétrica usada em lanchonete (Trembão).
- d) Pregão da bolsa de valores.

## Sistemas em Malha Aberta – Elementos

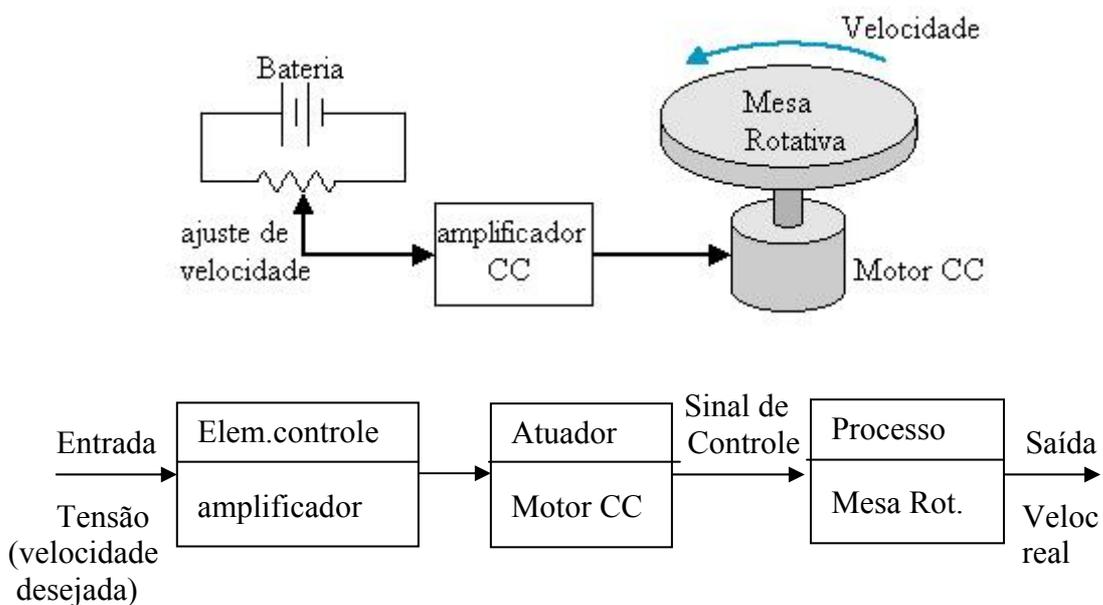


Elemento (ou estratégia) de controle: Determina a ação que deve ser tomada visando o controle do processo.

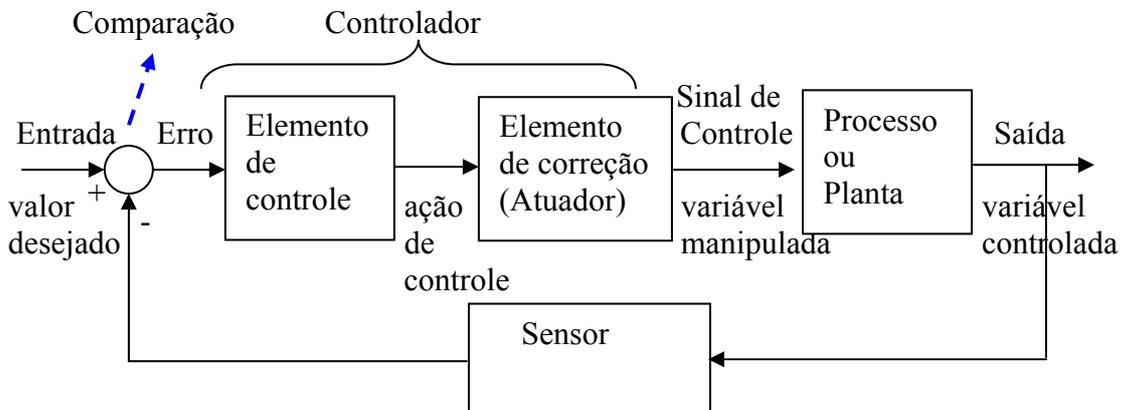
Elemento de correção (atuador): age sobre a variável manipulada provocando mudança no processo.

Processo (ou planta): sistema no qual uma variável é controlada.

Exemplo:



## Sistemas em Malha Fechada – Elementos



Elemento de comparação: Compara o valor de referência (ou valor desejado) com o valor medido da variável controlada.

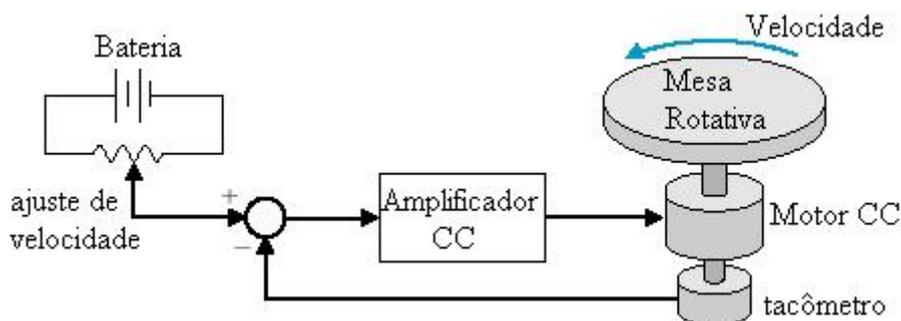
Elemento (ou estratégia) de controle: Determina a ação que deve ser tomada visando o controle do processo.

Elemento de correção (atuador): age sobre a variável manipulada provocando mudança no processo.

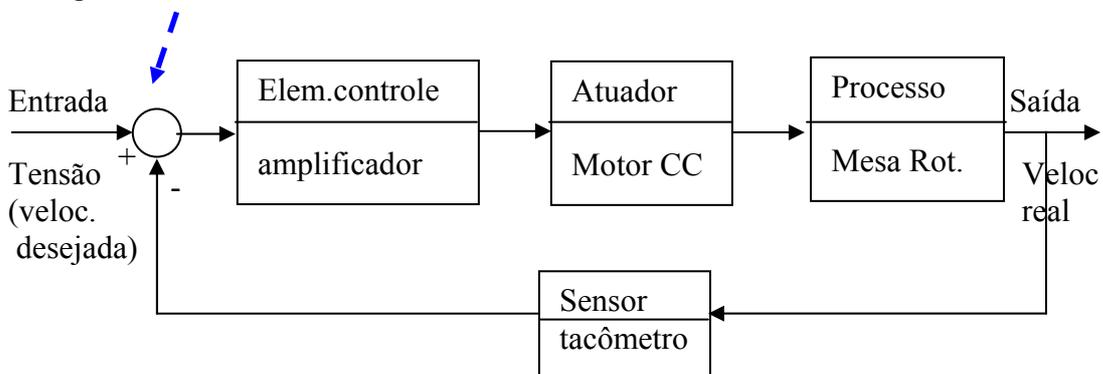
Processo (ou planta): sistema no qual uma variável é controlada.

Sensor (ou transdutor, ou elemento de medida): converte o sinal da variável controlada para valores adequados a ser aplicado no comparador.

Exemplo:



Amplificador diferencial



**Realimentação Negativa:** O sinal é enviado de volta para que seja subtraído da entrada. É necessário para que o controle possa ser realizado.

**Realimentação Positiva:** O sinal é enviado de volta para que seja adicionado ao sinal de entrada

Exemplos:

1) Desenhar o diagrama de blocos para um sistema em malha aberta de um ar-condicionado usado para aquecer uma sala. Especificar os elementos do sistema.

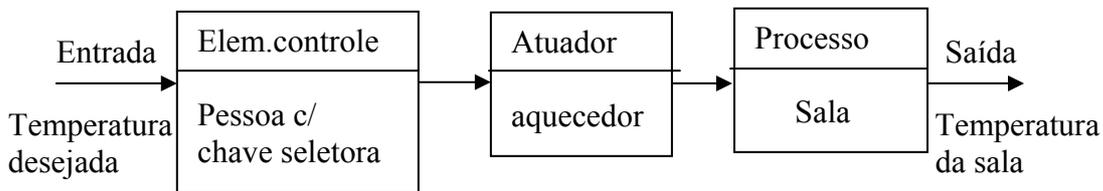
Entrada (ou valor de referência): Temperatura desejada na sala.

Saída - Variável controlada: Temperatura da sala.

Elemento de controle: pessoa manipulando uma chave seletora.

Elemento de correção (ou atuador): aquecedor.

Processo (ou planta): a sala.



2) Desenhar o diagrama de blocos para um sistema em malha fechada de um ar-condicionado usado para aquecer uma sala, considerando que o operador compare visualmente a temperatura atual através de um termômetro. Especificar os elementos do sistema.

Entrada (ou valor de referência): Temperatura desejada na sala.

Saída - Variável controlada: Temperatura da sala.

Elemento de comparação: a pessoa comparando o valor medido com o valor desejado.

Sinal de erro: diferença entre a temperatura medida e a temperatura desejada.

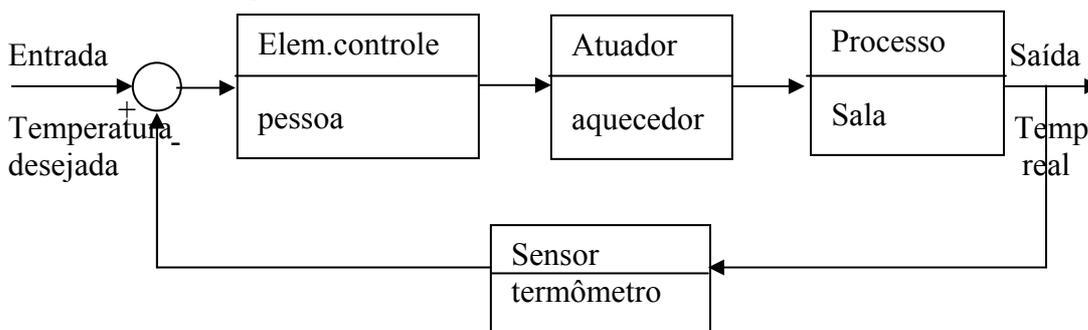
Elemento de controle: pessoa manipulando uma chave seletora.

Elemento de correção (ou atuador): aquecedor.

Processo (ou planta): a sala.

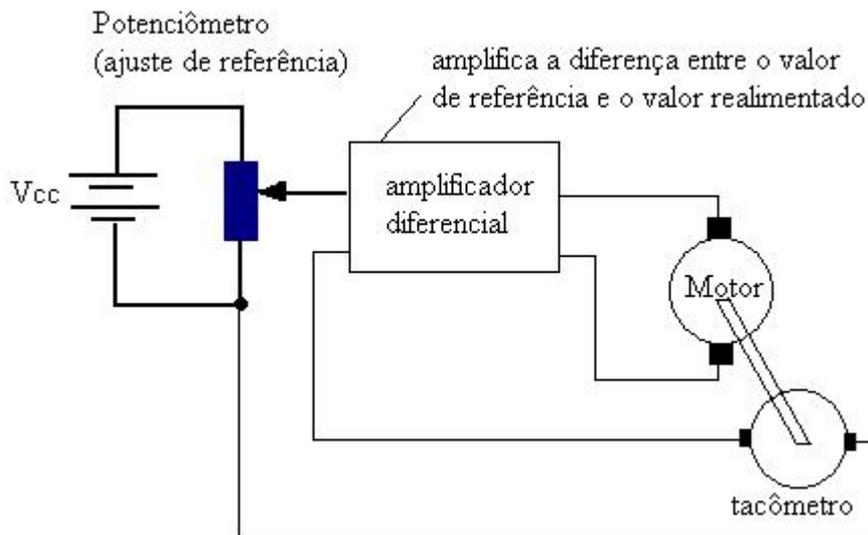
Sensor: termômetro.

Realimentação: negativa.



Exercício:

2) A figura abaixo mostra um sistema de controle para a velocidade de rotação de um motor. O potenciômetro é usado para ajustar o valor de referência, isto é, a tensão que será aplicada ao amplificador diferencial. O amplificador diferencial compara e amplifica a diferença entre os valores de referência (set point) e o valor realimentado, isto é, amplifica o erro. O sinal de erro alimenta o motor, que por sua vez ajusta a velocidade de rotação do rotor. O sinal da velocidade é medido através de um tacômetro e é enviado ao amplificador diferencial.



Especifique os componentes do sistema:

- Entrada (ou valor de referência): \_\_\_\_\_
- Saída - Variável controlada: \_\_\_\_\_
- Elemento de comparação: \_\_\_\_\_
- Sinal de erro: \_\_\_\_\_
- Elemento de controle: \_\_\_\_\_
- Elemento de correção (ou atuador): \_\_\_\_\_
- Processo (ou planta): \_\_\_\_\_
- Sensor: \_\_\_\_\_
- Realimentação: \_\_\_\_\_

Forneça o diagrama de bloco do sistema:

3) Desenhe o diagrama de blocos para os seguintes sistemas em malha fechada:  
a) Forno controlado por termostato

Especifique os componentes do sistema:

- Entrada (ou valor de referência): \_\_\_\_\_
- Saída - Variável controlada: \_\_\_\_\_
- Elemento de comparação: \_\_\_\_\_
- Sinal de erro: \_\_\_\_\_
- Elemento de controle: \_\_\_\_\_
- Elemento de correção (ou atuador): \_\_\_\_\_
- Processo (ou planta): \_\_\_\_\_
- Sensor: \_\_\_\_\_
- Realimentação: \_\_\_\_\_

Diagrama de blocos:

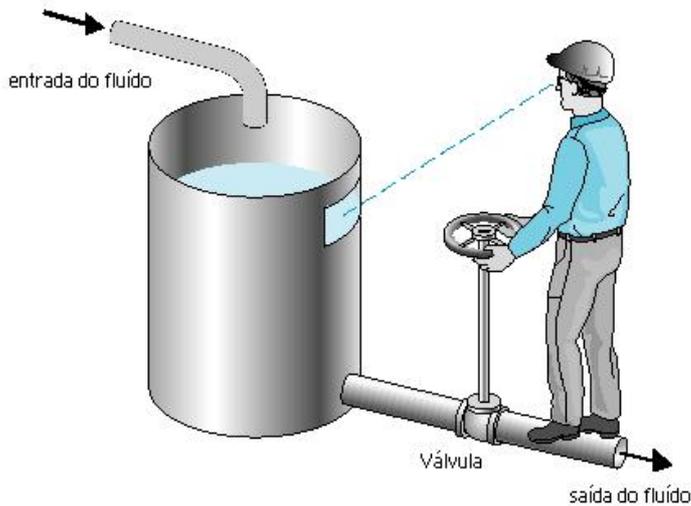
b) Um motorista de automóvel que deve manter a velocidade do carro em um nível preestabelecido.

Especifique os componentes do sistema:

- Entrada (ou valor de referência): \_\_\_\_\_
- Saída - Variável controlada: \_\_\_\_\_
- Elemento de comparação: \_\_\_\_\_
- Sinal de erro: \_\_\_\_\_
- Elemento de controle: \_\_\_\_\_
- Elemento de correção (ou atuador): \_\_\_\_\_
- Processo (ou planta): \_\_\_\_\_
- Sensor: \_\_\_\_\_
- Realimentação: \_\_\_\_\_

Diagrama de blocos:

c) Sistema de controle manual para regular o nível de fluido em um reservatório. O operador ajusta a válvula observando o nível atual do fluido.

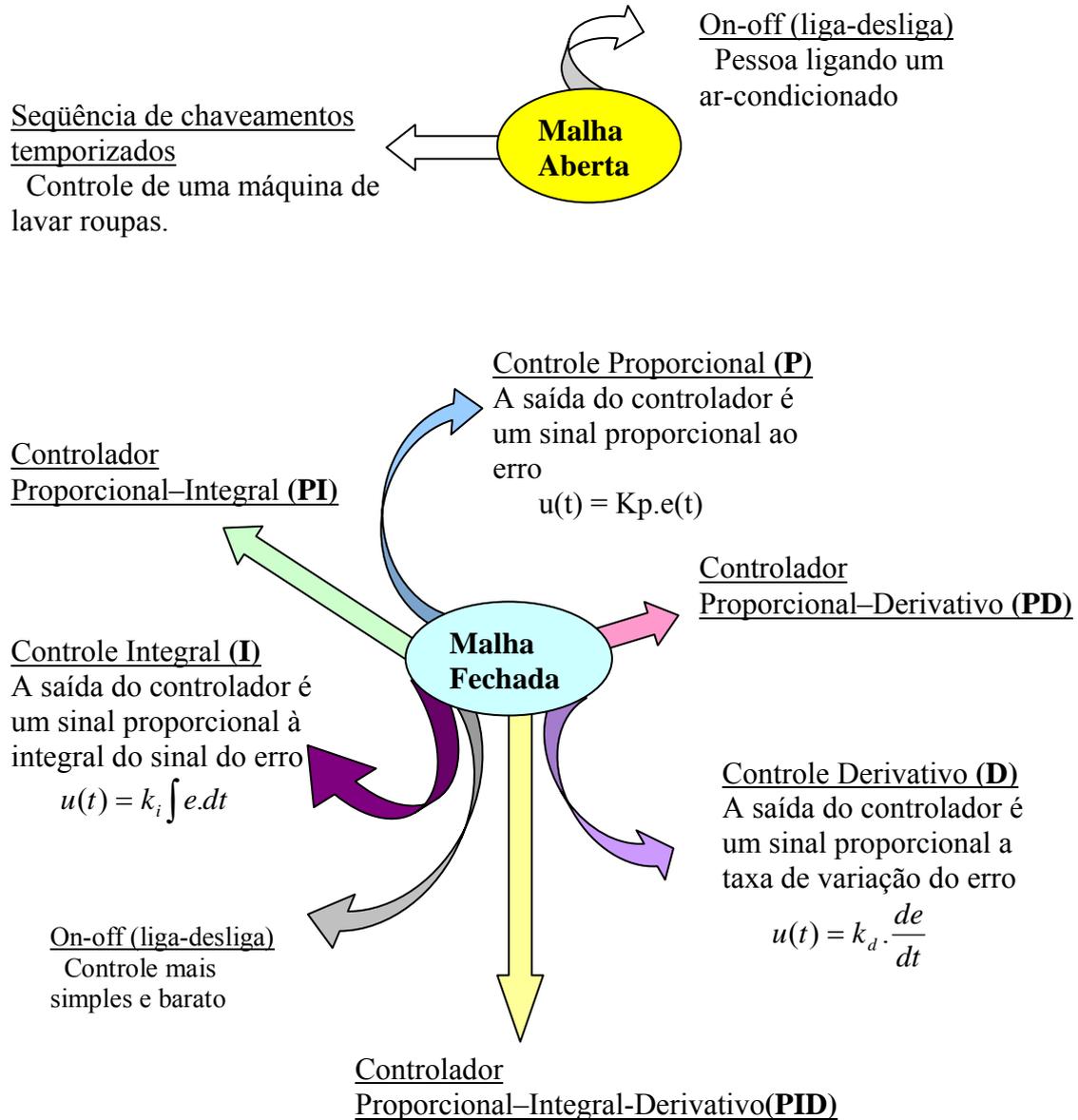


Especifique os componentes do sistema:

- Entrada (ou valor de referência): \_\_\_\_\_
- Saída - Variável controlada: \_\_\_\_\_
- Elemento de comparação: \_\_\_\_\_
- Sinal de erro: \_\_\_\_\_
- Elemento de controle: \_\_\_\_\_
- Elemento de correção (ou atuador): \_\_\_\_\_
- Processo (ou planta): \_\_\_\_\_
- Sensor: \_\_\_\_\_
- Realimentação: \_\_\_\_\_

Diagrama de blocos:

## Elemento de controle



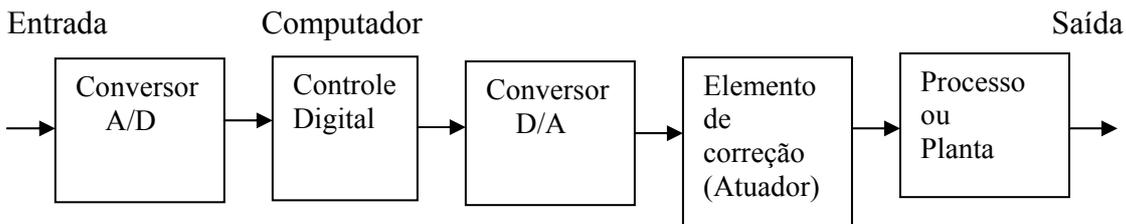
Exercício 4) Que tipo de estratégia de controle está sendo exercida nos seguintes sistemas de controle:

- a) Um refrigerador \_\_\_\_\_
- b) Guiar um carro numa estrada \_\_\_\_\_
- c) Uma torradeira de pão \_\_\_\_\_
- d) Levantar um copo de café \_\_\_\_\_

**Controle Digital**

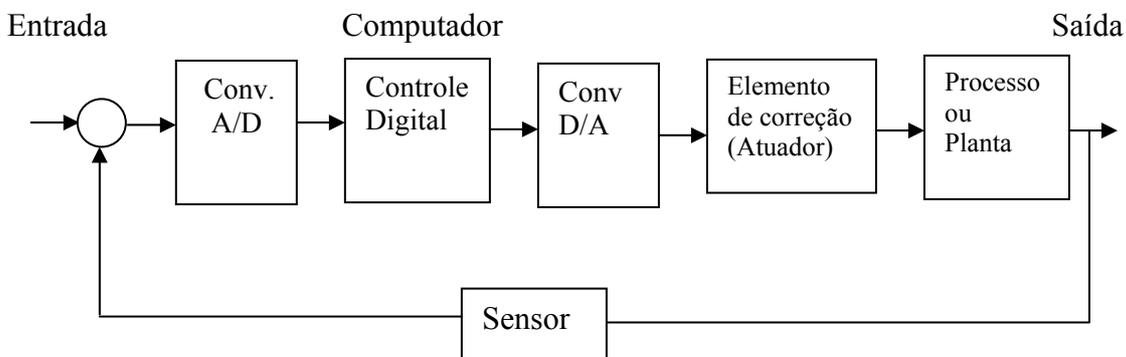
O controle digital utiliza um microprocessador (ou microcontrolador) para desempenhar a função do elemento de controle.

Sistema de controle digital em malha aberta:

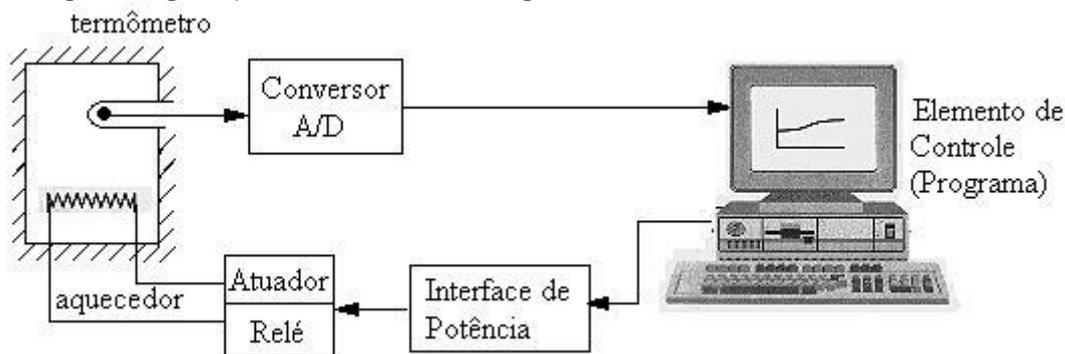


Geralmente os sinais de entrada de um sistema são analógicos, por isso há a necessidade de converter esses sinais para sua forma digital, para que os mesmos possam ser manipulados pelo microprocessador. Da mesma forma, os sinais de saída do microprocessador deve ser convertido na sua forma analógica para que os mesmos possam ser aplicados sobre o elemento de correção.

Sistema de controle digital em malha fechada:

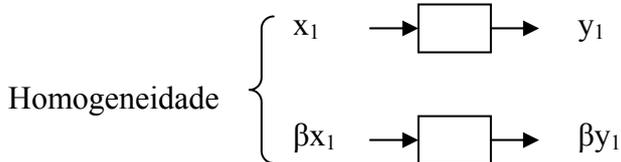
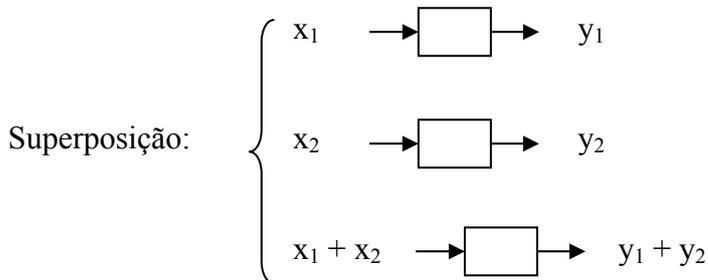


Exemplo de aplicação: Controle de um aquecedor elétrico.



## Sistemas Lineares

Um sistema linear deve satisfazer as propriedades de superposição e homogeneidade.



Exercício 5) Os exemplos abaixo são lineares?

a)  $y = x/2$

b)  $y = x^2$

c)  $y = mx + b$

## Modelos Matemáticos de Sistemas

Modelos matemáticos são usados para projetar e analisar sistemas de controle. O comportamento dinâmico é geralmente descrito através de equações diferenciais ordinárias. Como a maioria dos sistemas físicos é não-linear é necessária aproximação de linearização que permitem o uso de métodos baseados na transformada de Laplace

O modelo matemático para um motor cuja entrada é uma tensão  $V$  e a saída é a velocidade de rotação  $\omega$  do rotor é dado por:

$$\omega = G.V$$

onde G é a constante de proporcionalidade.

O modelo matemático anterior pode ser reescrito como:

$$G = \frac{\omega}{V} = \frac{(\text{Saída\_do\_Sistema})}{(\text{Entrada\_do\_Sistema})}$$

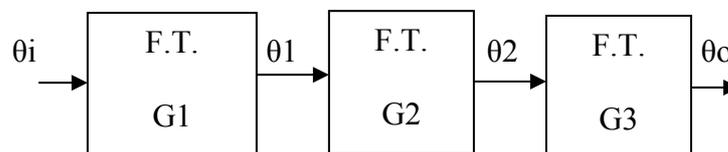
onde G passa a ser chamada de *função de transferência* ou *ganho do sistema*. Portanto a função de transferência é definida como a razão da saída em regime permanente pela entrada em regime permanente.

Exercício 6)

a) Um sistema de medição de temperatura deve ter uma entrada de 10°C e gerar uma saída de 0,5 mV. Qual a função de transferência do sistema? Qual saída quando a entrada for de 30°C?

b) Um motor tem uma função de transferência de 500 rpm/volt. Qual será a velocidade de saída permanente quando a entrada do motor for de 10V?

### Modelos Matemáticos para Sistemas em Malha Aberta

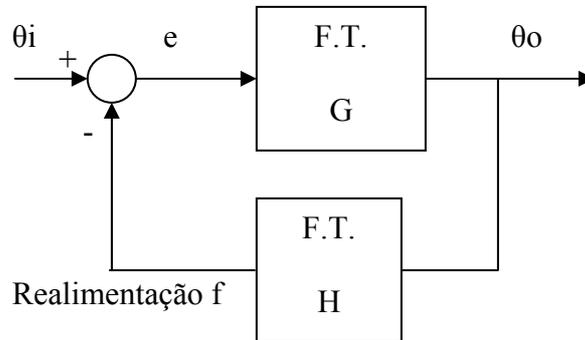


A saída  $\theta_1$  é  $\theta_1 = G1.\theta_i$   
 A saída  $\theta_2$  é  $\theta_2 = G2.\theta_1 = G2.G1.\theta_i$   
 A saída  $\theta_o$  é  $\theta_o = G3.\theta_2 = G3.G2.G1.\theta_i$

Assim a função de transferência global do sistema é:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = G1.G2.G3$$

**Modelos Matemáticos para Sistemas em Malha Fechada**



A saída  $\theta_o$  é  $\theta_o = G.e$  (1)

O sinal de erro é  $e = \theta_i - f$  (2)

O sinal de realimentação  $f$  é  $f = H.\theta_o$  (3)

Substituindo (3) em (2)  $e = \theta_i - H.\theta_o$  (4)

Substituindo (4) em (1)  $\theta_o = G.[\theta_i - H \theta_o]$  (5)

Desenvolvendo (5):

$$\theta_o + GH \theta_o = G. \theta_i$$

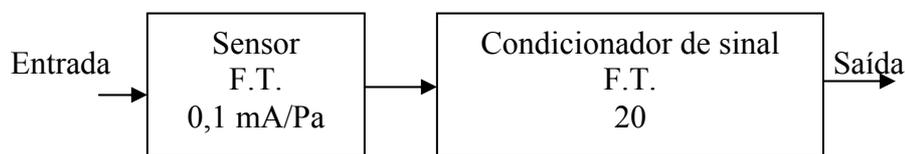
$$\theta_o.[1 + GH] = G. \theta_i$$

Assim a função de transferência global do sistema é:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{G}{1 + GH}$$

Exemplos:

a) Um sistema de medição consiste de um sensor e um condicionador de sinais em cascata conforme figura abaixo. O sensor tem uma função de transferência de 0,1 mA/Pa e o condicionador de sinal uma função de transferência de 20. Qual será a função de transferência global do sistema?

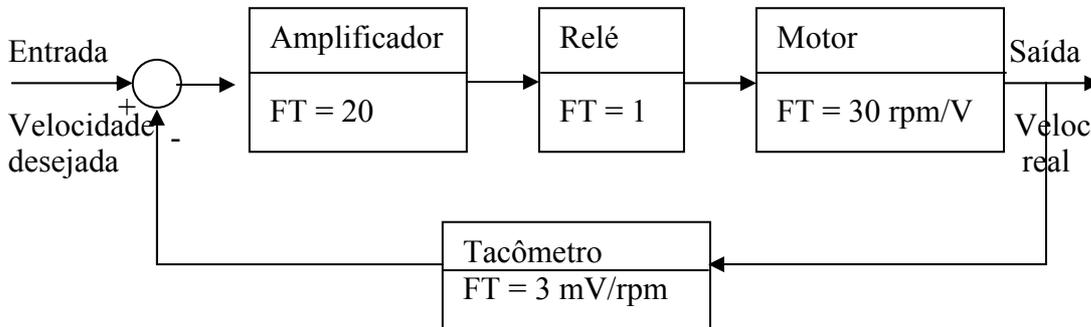


Função de transferência do sistema =  $G_1 \times G_2$

Função de transferência do sistema =  $0,1 \times 20$

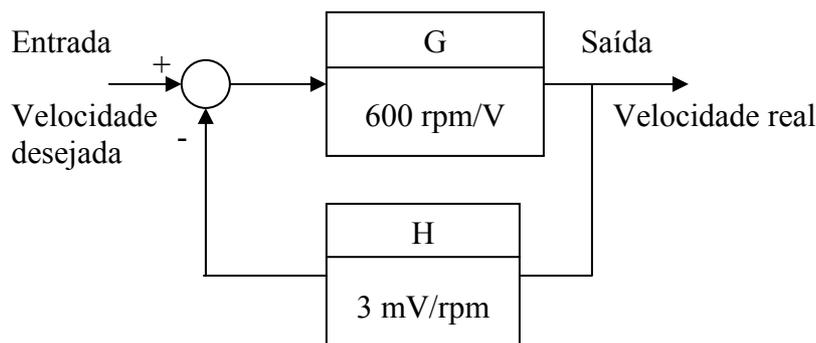
Função de transferência do sistema =  $2 \text{ mA/Pa}$

b) A velocidade de rotação de um motor é controlada através do sistema de malha fechada mostrada abaixo. Qual a função de transferência do sistema?



1º Passo: Reduzir as funções de transferências do ramo direto (FTs em cascatas)

$$G = \text{FT (amplificador)} \times \text{FT (relé)} \times \text{FT (motor)} = 20 \times 1 \times 30 = 600 \text{ rpm/V}$$

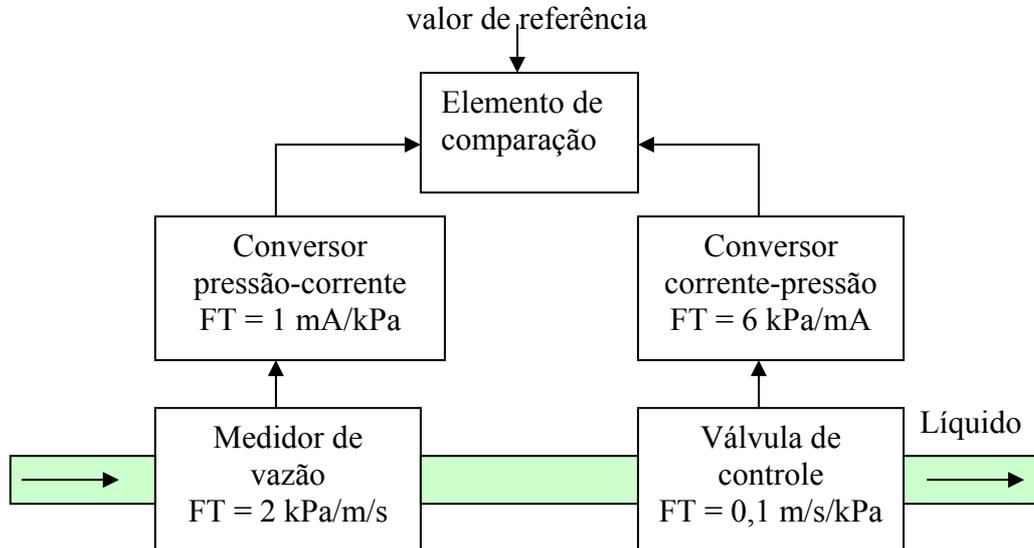


2º Passo: Aplicar a fórmula da função de transferência para a malha fechada:

$$FT = \frac{G}{(1 + GH)} = \frac{600}{(1 + 600 \times 3)} = 214 \text{ rpm/V}$$

Exercício 7) Um sistema de medição de temperatura tem um termômetro que gera uma variação na resistência de  $0,007 \Omega/^{\circ}\text{C}$  conectado a uma ponte de Wheaststone que provoca uma variação na corrente de  $20 \text{ mA}/\Omega$ . Qual a função de transferência global do sistema?

Exercício 8) A figura abaixo mostra um sistema usado para controlar a vazão de um líquido ao longo de um cano:



a) Redesenhe o sistema acima em sistema de blocos em malha fechada

b) Qual a função de transferência da realimentação?

c) Qual a função de transferência do ramo direto?

d) Qual a função de transferência global do sistema?

**Erro em Regime Permanente**

O erro é a diferença entre a saída do sistema e sua entrada.

$$E = \theta_o - \theta_i \tag{6}$$

Para um sistema com uma função de transferência  $G_s$

$$G_s = \frac{\theta_o}{\theta_i} \tag{7}$$

Substituindo (7) em (6):

$$E = G_s \theta_i - \theta_i = \theta_i (G_s - 1) \tag{8}$$

Para um sistema em malha aberta a equação (8) já é a própria equação de erro. Para um sistema em malha fechada  $G_s$  deve ser substituída pela função de transferência da malha fechada:

$$E = \theta_i \left( \frac{G}{1+GH} - 1 \right) \tag{9}$$

Para o erro ser zero: malha aberta →  $G_s = 1$   
 malha fechada →  $G/(1+GH) = 1$

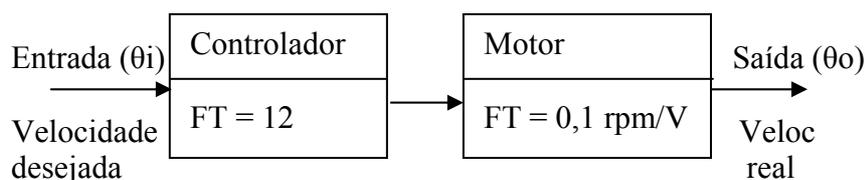
Na malha fechada se  $GH \gg 1$ , a equação (9) se reduz a:

$$E = \theta_i \left( \frac{1}{H} - 1 \right) \tag{10}$$

Dessa forma, nos sistemas em malhas fechadas o erro não dependem dos elementos do ramo direto. Portanto, a sensibilidade de um sistema em malha fechada é consideravelmente menor do que para sistema de malha aberta.

Exemplo: Considere um controlador com ganho 12 e uma motor com uma função de transferência de 0,10 rpm/V.

- Em malha aberta, como o erro variará se a F.T. do motor variar de mais 10%?



$$E = \theta_i(Gs - 1) = \theta_i(12 \times 0,1 - 1)$$

$$E = 0,2\theta_i \quad (11)$$

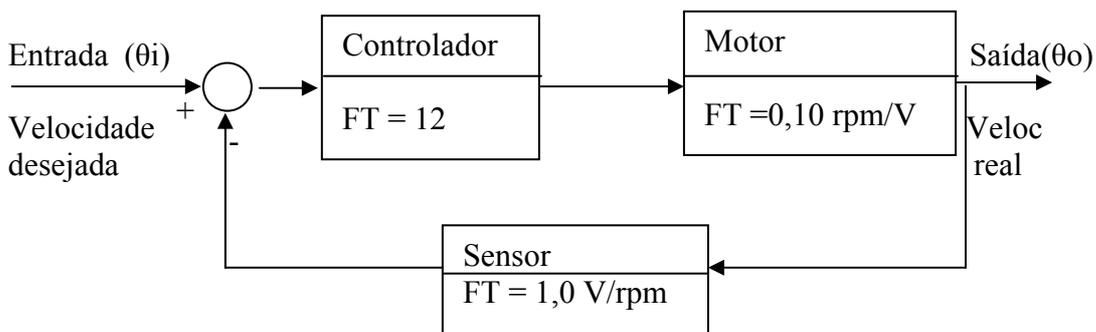
Se a F.T. do motor variar mais 10%, a mesma passará a valer 0,11 rpm/V, e o novo erro será:

$$E = \theta_i(Gs - 1) = \theta_i(12 \times 0,11 - 1)$$

$$E = 0,32\theta_i \quad (12)$$

Comparando (11) com (12), o erro será incrementado de 60% se a FT do motor variar de 10%.

- Em malha fechada, como o erro variará se a F.T. do motor variar de mais 10%?



$$E = \theta_i \left( \frac{G}{1 + GH} - 1 \right) = \theta_i \left( \frac{12 \times 0,1}{1 + 12 \times 0,1 \times 1} - 1 \right)$$

$$E = -0,45\theta_i \quad (13)$$

Se a F.T. do motor variar mais 10%, a mesma passará a valer 0,11 rpm/V, e o novo erro será:

$$E = \theta_i \left( \frac{G}{1 + GH} - 1 \right) = \theta_i \left( \frac{12 \times 0,11}{1 + 12 \times 0,11 \times 1} - 1 \right)$$

$$E = -0,43\theta_i \quad (14)$$

Comparando (13) com (14), a variação do erro é bem menor do que a variação que ocorre no sistema de malha aberta. Portanto, o sistema de malha fechada tem uma sensibilidade muito menor a mudanças ambientais do que o sistema em malha aberta.

Exercício 9)

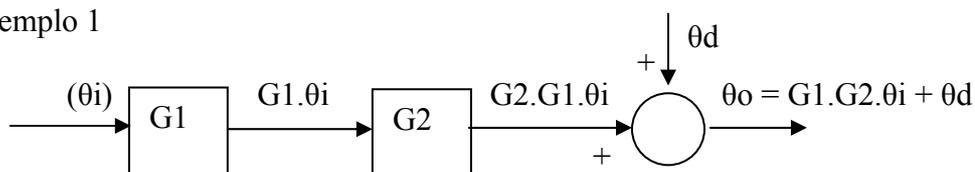
a) Qual o erro em regime permanente para um sistema de controle de temperatura em malha aberta que possui um controlador com uma FT de 1,0 em cascata com um aquecedor cuja FT é de  $0,80^{\circ}\text{C}/\text{V}$ ? Qual será a variação na porcentagem do erro em regime permanente se a função de transferência do aquecedor diminuir de 1%?

b) Considere o sistema anterior em malha fechada com a FT do ramo de realimentação igual a  $10 \text{ V}/^{\circ}\text{C}$ . Qual o erro em regime permanente qual a variação percentual no erro se a FT do aquecedor diminuir de 1%.

### Perturbações ou distúrbios

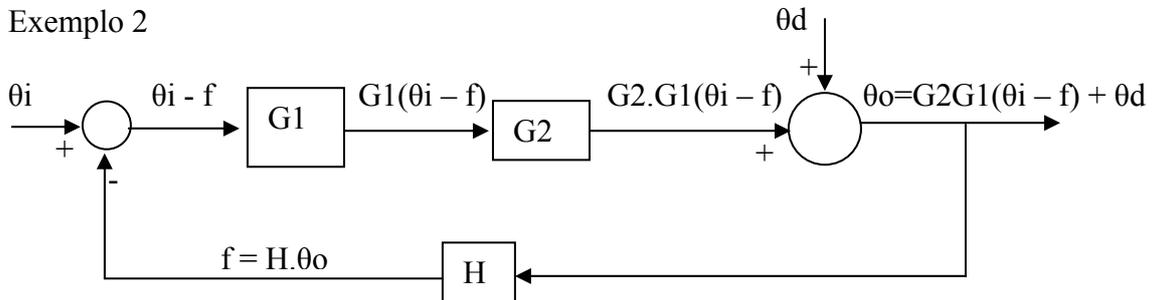
São sinais indesejáveis que afeta a saída do sistema, por exemplo, um buraco na estrada que afeta a direção do veículo. As perturbações são sempre adicionadas ao sinal.

Exemplo 1



No exemplo anterior  $\theta_d$  é o erro em regime permanente somado ao sistema pela presença do distúrbio.

Exemplo 2



A saída do sistema é:

$$\begin{aligned} \theta_o &= G2.G1(\theta_i - f) + \theta_d & \text{como } f &= H.\theta_o \\ \theta_o &= G2.G1(\theta_i - H.\theta_o) + \theta_d \end{aligned}$$

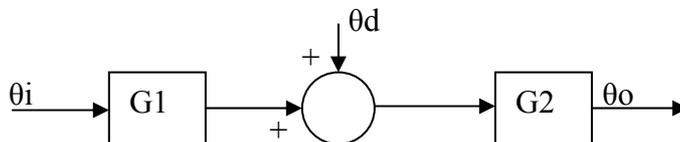
Rearranjando a equação:

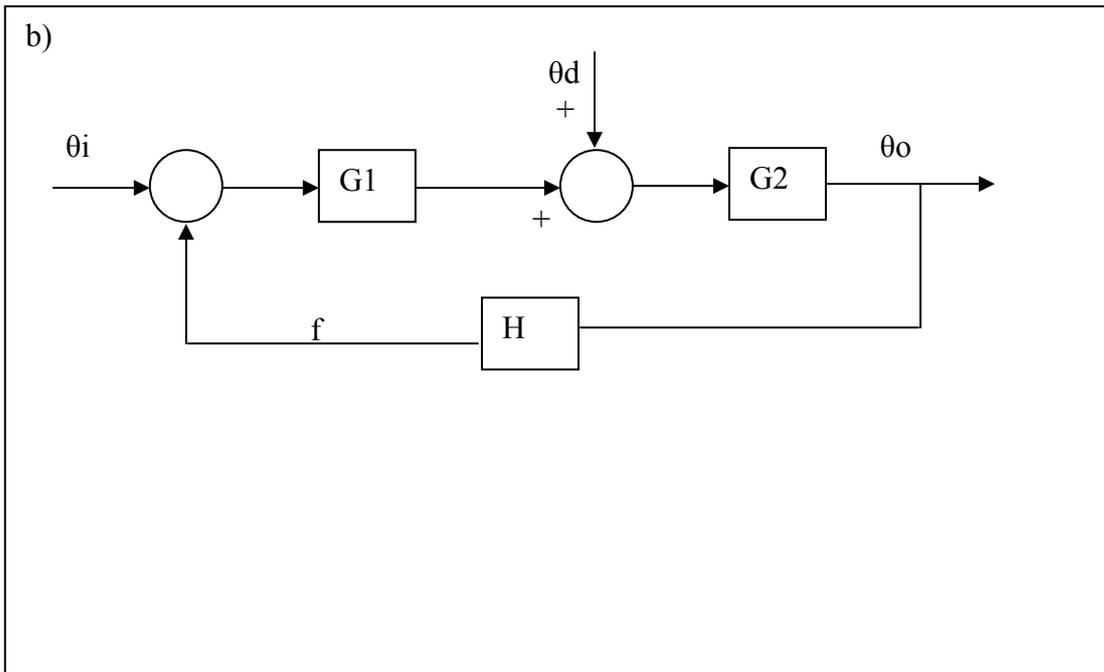
$$\begin{aligned} \theta_o(1 + G2G1H) &= G2.G1\theta_i + \theta_d \\ \theta_o &= \theta_i \left( \frac{G1G2}{1 + G1G2H} \right) + \theta_d \left( \frac{1}{1 + G1G2H} \right) \end{aligned}$$

O termo  $\theta_d[1/(1+G1G2H)]$  é o erro em regime permanente que é introduzido no sistema pelo distúrbio. Comparado com o sistema em malha aberta, o erro em malha fechada é reduzido pelo fator  $1+G1G2H$ . Esta propriedade de modificar o efeito de um distúrbio é denominada rejeição à perturbação.

Exercício 10) Calcular o erro em regime permanente introduzido no sistema pelo distúrbio dos seguintes sistemas:

a)





### Estabilidade de sistemas de controle

Um sistema estável é aquele que produz uma saída limitada quando sujeito a uma entrada limitada. Sistemas de controle em malha aberta são inerentemente estáveis. Por exemplo, para o paquímetro digital, colocar uma moeda apropriada acarreta a saída de um único cupom e não de vários cupons.

Sistemas de malha fechada podem apresentar instabilidade. Geralmente essas instabilidades ocorrem por causa dos atrasos de tempo. Um exemplo disso é o controle de um chuveiro que tem a temperatura controlada por duas torneiras, uma de água fria e outra de água quente.

Exercício 11) A fórmula para capitalização de juros com depósitos mensais (ou anuais) é dada por:

$$V = R \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

onde: V- valor final após um certo tempo

R – aplicação mensal (ou anual)

i – taxa de juros mensais (ou anuais)

n – quantidade de meses (ou anos) da aplicação

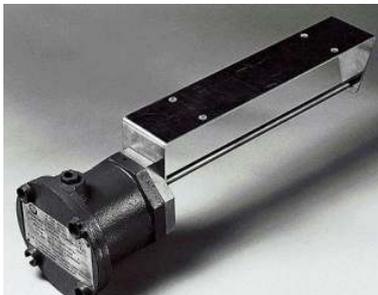
a) Qual a função de transferência do sistema?

b) Considere uma taxa de juros de 0,7% ao mês (poupança). Considere n, o número de meses que faltam para você completar 60 anos. Veja quanto você teria se você poupasse R\$ 100,00 e quanto você teria se poupasse R\$ 200,00. Baseado nos resultados, o sistema é linear?

## INFORMAÇÃO: SENSOR-ATUADOR

**Termostato** (do site <http://br.geocities.com/saladefisica>)

A função do termostato é impedir que a temperatura de determinado sistema varie além de certos limites preestabelecidos. Um mecanismo desse tipo é composto, fundamentalmente, por dois elementos: um indica a variação térmica sofrida pelo sistema e é chamado elemento sensor; o outro controla essa variação e corrige os desvios de temperatura, mantendo-a dentro do intervalo desejado. Termostatos controlam a temperatura dos refrigeradores, ferros elétricos, ar condicionado e muitos outros equipamentos.



Exemplo de elemento sensor são as tiras bimetálicas, constituídas por metais diferentes, rigidamente ligados e de diferentes coeficientes de expansão térmica. Assim, quando um bimetal é submetido a uma variação de temperatura, será forçado a curvar-se, pois os metais não se dilatam igualmente. Esse encurvamento pode ser usado para estabelecer ou interromper um circuito elétrico, que põe em movimento o sistema de correção.

Outro tipo de elemento sensor combina as variações de temperatura com variações de pressão para ativar mecanismos corretores. Um recipiente de metal, de volume variável, cheio de líquido ou gás, ligado a um bulbo por um tubo fino, é exemplo desse tipo de sensor. As mudanças de temperatura sofridas pelo fluido do recipiente principal são comunicadas ao bulbo pelo tubo de ligação; como o volume do bulbo é fixo, resulta da mudança de temperatura uma variação na pressão do fluido contido; essa variação transmite-se ao recipiente principal, provocando alteração de seu volume e compensando, dessa forma, o aumento ou diminuição de temperatura.



Outro sistema utilizado é o elétrico, tendo a resistência do fio como elemento sensor.

