

## 5. Exercícios Complementares.

### 5.1 Propriedades das Probabilidades e Probabilidade Condicional.

Três jornais, A, B e C, circulam em uma cidade. Uma estatística revelou que 18% dos habitantes da cidade são leitores do jornal A, 23% do jornal B e 7% do jornal C, sendo que, 5% lêem A e B e todos os leitores de C também o são de B. Um cidadão é selecionado ao acaso. Qual a probabilidade dele ser leitor de: (a) B? Resp. 23%. (b) A e B? Resp. 5%. (c) A ou B? Resp. 36%. (d) A e C? Resp. 0%. (e) A ou C? Resp. 25%. (f) A, B e C? Resp. 0%. (g) A ou B ou C? Resp. 36%. (h) B e não de A? Resp. 18%. (i) Não de A e não de B? Resp. 64%. (j) Não de A ou não de B? Resp. 95%. (k) A e não de B? Resp. 13%. (l) A se não lê B? Resp. 13/77. (m) Não de B se é de C? Resp. 0%. (n) Não de B se é de A? Resp. 13/18. (o) Se a cidade tem 10.000 habitantes, quantos são os leitores de jornais? Resp. 3.600.

### 5.2 Teorema de Bayes.

Em uma indústria de autopeças a produção é feita em três turnos: manhã (M), tarde (T) e noite (N), sendo que, 42% da produção é tarefa do turno da manhã, 28% do turno da tarde e 30% do turno da noite. O controle de qualidade tem mostrado que o turno M produz 1% de peças defeituosas, T produz 3% e N 2%. Uma peça defeituosa foi devolvida pela montadora de automóveis. Qual a probabilidade dela ter sido produzida pelo turno: (a) M? Resp. 22,58%. (b) T? Resp. 45,16%. (c) N? Resp. 32,26%. (d) Qual a fração defeituosa na produção dessa indústria? Resp. 1,86% de peças defeituosas.

### 5.3 Teorema da Multiplicação.

Da definição de probabilidade condicional podemos escrever:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

E como Corolário:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1 \cap A_2) \dots P(A_n | A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

A um homem é dado  $n$  chaves das quais somente uma abre sua porta. Ele tenta com elas sucessivamente abrir a porta. Este procedimento requerer uma, duas, três, ...,  $n$  tentativas. Mostre que o homem tem probabilidade igual a  $1/n$  de abrir a porta em qualquer das  $n$  tentativas.

### 5.4 [ 4A, 3B, 5V ] Da caixa são retiradas 4 bolas ao acaso e sem reposição. Usando o teorema da multiplicação calcule a probabilidade de ocorrer: as duas primeiras bolas de cor azul, a terceira bola branca e a última verde. Resp. 1,515%

### 5.5 Resolver o exercício 5.4, COM reposição. Resp. 1,157%.

### 5.6 Independência Estatística. Na probabilidade condicional, quando $P(A|B) = P(A)$ dizemos que A e B são EVENTOS INDEPENDENTES. Dai podemos escrever:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B). \quad \text{Por quê?}$$

Considerando os exercícios 5.4 e 5.5, dizer onde os eventos "cor da primeira bola", "cor da segunda bola", "cor da terceira bola" e "cor da quarta bola" são DEPENDENTES e INDEPENDENTES.

### 5.7 Um míssil acerta o alvo com probabilidade igual a 15%. (a) lançando 5 mísseis, qual a probabilidade do alvo não ser atingido? Resp. 44,3705%. (b) ser atingido? Resp. 55,6295%. (c) quantos mísseis devemos lançar para que a probabilidade de atingirmos o alvo seja maior que 95%? Resp. No mínimo, 19 mísseis. Sugestão: considere o lançamento de mísseis eventos dicotômicos independentes (15% constante!).

### 5.8 Uma caixa contém $n$ cartas numeradas de 1 a $n$ . $k$ cartas são escolhidas ao acaso e simultaneamente (a) qual a probabilidade de que o menor número entre as cartas escolhidas seja $j$ ? Resp. $(k-1)C(n-j)/nCk$ , $1 \leq j \leq n-k+1$ . (b) o maior número seja $j$ ? Resp. $(k-1)C(j-1)/nCk$ , $k \leq j \leq n$ .

### 5.9 Suponha que de $N$ objetos, $n$ sejam escolhidos ao acaso e com reposição. Qual a probabilidade de que nenhum objeto seja escolhido mais do que uma vez? Resp. $N^n/N^n$ .

### 5.10 Uma caixa contém $n$ bolas numeradas de 1 a $n$ . $k$ bolas são selecionadas ao acaso, ( $k \leq n$ ). Determinar a probabilidade de que com as $k$ bolas possamos formar uma sequência de inteiros consecutivos se as bolas forem escolhidas: (a) sem reposição. Resp. $(n-k+1)k!/nA_k = k/nC(k-1)$ . (b) com reposição. Resp. $(n-k+1)k!/nA_k = (n-k+1)k!/n^k$ .