

Exemplo 11. De um baralho comum com 52 cartas são retiradas 3 cartas ao acaso e sem reposição.

a) quantos são os casos possíveis?

$$n=52, r=3, |S| = 52C3 = 52!/[3!(52-3)!] = 22.100.$$

b) qual a probabilidade de ocorrer (o evento caracterizado por) dois ases?

$$aa\bar{a} \rightarrow 4C2 \cdot 48C1 = 6 \cdot 48 = 288 \text{ casos favoráveis a dois ases.}$$

$$\text{A probabilidade de ocorrer dois ases será, então, } p = cf/cp = 288/22100.$$

Exemplo 12. Apostando-se em 9 dezenas da "Mega-sena" qual a probabilidade de acertar uma quadra?

Já sabemos que existem 50.063.860 resultados (senas) possíveis. (exercício 7).

Para acertar uma quadra é necessário que das 6 dezenas sorteadas 4 estejam entre as 9 apostadas.

$$aaaa\bar{a}\bar{a} \rightarrow 9C4 \cdot 51C2 = 126 \cdot 1275 = 160650 \text{ senas com quadras premiadas para o apostador.}$$

$$p(\text{ganhar uma quadra}) = 160650/50063860 \cong 1/312. (\text{Chance de 1 em 312}).$$

AÔSR – Amostragem Não Ordenada Sem Reposição.

$nCr$  - Combinação.

Os exemplos 11 e 12 são casos de AÔSR.

### PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES

$$1. P(\emptyset) = 0 \quad \text{e} \quad P(S) = 1.$$

$$2. 0 \leq P(A) \leq 1, \quad \forall A \subset S.$$

$$3. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$4. P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

$$5. P(A - B) = P(A) - P(A \cap B).$$

### PROBABILIDADE CONDICIONAL

Seja A e B eventos do espaço amostral S e  $B \neq \emptyset$ , definimos a probabilidade de ocorrer

A dado que ocorreu B por

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

Exemplo 13. Em uma empresa 30% dos funcionários de um departamento sabem programar computadores na linguagem C e 20% na linguagem Fortran, sendo que, 7% deles dominam ambas as linguagens. Um funcionário é selecionado ao acaso.

(a) qual a probabilidade dele saber C?

$$P(C) = 30\%.$$

(b) qual a probabilidade dele saber C, dado que, sabe Fortran?

$$P(C|F) = P(C \cap F) / P(F) = 7/20 = 0,35 = 35\%.$$

(c) qual a probabilidade dele saber C ou Fortran?

$$P(C \cup F) = P(C) + P(F) - P(C \cap F) = 30\% + 20\% - 7\% = 43\%.$$

(d) qual a probabilidade dele não saber Fortran?

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 100\% - 20\% = 80\%.$$

(e) qual a probabilidade dele saber C e não Fortran?

$$P(C - F) = P(C) - P(C \cap F) = 30\% - 7\% = 23\%.$$

Teorema de Bayes: Seja  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  uma partição do espaço amostral S e B um evento não vazio de S, isto é,

$$(a) A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = S.$$

$$(b) A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i, j = 1, 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j.$$

$$(c) B \neq \emptyset.$$

Então,  $\forall i = 1, 2, 3, \dots, n$

$$P(A_i|B) = P(A_i)P(B|A_i) / \sum P(A_j)P(B|A_j), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$