Notas de trabalho, utilizadas para as jornadas pedagógicas, sob o tema de "Calcula que matemática não é calcular."

Pascal Paulus
Março 1997

1. Despertar - abrir a cabeça

a. Os nove pontos

A proposta é fácil e não tem grande mistério: interligar estes nove pontos com quatro segmentos de recta, sem levantar o lápis do papel e sem passar por cima dum segmento já desenhado. Pode cruzar um segmento já traçado.

b. análise da ocorrência

Normalmente, num grupo de formandos adultos, é preciso calcular mais ou menos 20 minutos para que o grupo se apropria da solução. Muitas pessoas ficam com um sentimento de que a forma como a pergunta é colocada induz ao erro.

Uma análise deste sentimento, e do sentimento em geral, quando posto perante a dificuldade, leva as pessoas a dizer que se sentiam angustiadas, bloqueiadas, sem possibilidade de raciocinar. Consideram que o desenho induz em erro, quando pouco a pouco vão percebendo que é a sua própria cabeça que induz em erro, porque a forma como vê o problema é resultado da forma como foram ensinadas a ver o problema.

Além disso, mesmo depois de ter encontrado a solução, têm dificuldade para fixá-la; se não praticar, voltam a ver o que não está e a imaginar o que não foi dito. Tem que ter tempo para reestructurar

c. Velha e Nova

A imagem ilustra a realidade. Nos vemos a realidade conforme a nossa própria representação dela. Esta representação é fruto da cultura em que nós crescemos e também da forma como nos próprios de seguida moldamos aquela cultura.
Podemos até afirmar que a realidade só existe porque temos uma representação dela.

É inévitavel que construimos um esquema normalizante na nossa cabeça.

O nosso raciocínio é dominado por este esquema normalizante. Quando nos referimos a escola, isto não é diferente. Para o mestre:

> Essa descoberta provocará nas almas o esquecimento de quanto aprenderam, devido à falta de exercício da memória, porque, confiando nela, se recordarão de fora, graças a sinais estranhos, e não por dentro, espontaneamente, por si próprias.
>
> *Sobre a invenção da escrita*
> *Platão, Fedro*

e não podia ser de outra forma, uma vez que a sua representação da escola era a academia, onde os assuntos eram debatidos pelos alunos, utilizando o poder oratório e construindo-o aprendendo a apresentar e refutar argumentos.

É claro, para nós, no nosso momento histórico, que a memória cultural consiste em muito mais do que a memória individual treinada. Esta memória colectiva, só pode existir por causa da escrita. A escrita pode também fixar o raciocínio duma pessoa numa determinada época com um determinado contexto. Até a invenção da imprensa nem esta escrita salveguardou o pensamento genuino de quem tinha escrito: é nos bem conhecido a forma como a bíblia foi copiada, recopiada e traduzida, introduzindo alterações substanciais ao texto, em função das necessidades e das crenças das pessoas que faziam a reescrita no tempo em que o faziam.

2. Processos de informação

o papel da escola - a relação com o mundo

Pelos fins do século XVII, a situação social preocupava consideravelmente os administradores e os governantes europeios. Charles Démia apresentada em 1666 aos administradores da cidade de Lyon a seguinte descrição:

> os jovens desorientadores entreguem-se geralmente à vagabundagem: por isso não fazem mais nada senão ocar pelas rua vêem-se reunidos em grupos nas esquinas, tornam- se indóceis, libertinos, jogadores, blasfemos, brigões; entregam-se à embriaguez, à luxúria, ao roubo e à arruaça tornando-se os súbditos mais depravados e facciosos do Estado: e sendo membros corruptos contagiariam a sua podridão ao resto do corpo se o chicote dos algozes, as prisões dos príncipes, as prisões da justiça não varressem da terra estas serpentes venenosas que infectam o mundo com o seu veneno e a sua perversão.[1]

Esta descrição, que fazia parte de uma prelecção, era seguida por uma proposta para a criação de escolas para crianças pobres na medida em que os filhos das famílias desafogadas já recebiam uma instrução em casa ou em escolas pagas.
Estas escolas devem sobretudo servir para tirar as crianças e os jovens pobres da rua, mas além disso eram interessantes para poder *"fazer frente à «dificuldade de encontrar servidores fiéis e bons operários»"*.

Démia escreve aliás a propósito das meninas das escolas dos pobres:

> Decerto não se pretenderá impeli-las para a perfeição da escrita e ainda menos para o latim, mas antes inspirar nelas o amor pelo trabalho e os meios de santificá-lo, mandando-as algumas horas confeccionar botões, trabalhar em malha, bordar, e assim por diante. Assim, só teremos estas crianças na escola até terem aprendido um oficio...[2]

A criação da escola com estes fins, tem outro aliciante. É uma forma para assegurar a subservencia dos pobres perante necessidades crescente de mão de obra nas cidades. Ligando as famílias mais necessitadas à escola através dum subsídio atribuido em troca

[1]*Alberto Oliverio, Como nasce um conformista, Moraes, 1986*

[2]*Idem*

de cada criança mantida numa escola, cria-se uma dependência que depois é reforçado, quando se obriga aos pais que eles se mostram eles próprios bons alunos na aprendizagem do catequese.
De facto, como diz Alberto Oliverio, as escolas não eram feitas só para as crianças, mas também para instruir através delas os pais.
A escolaridade obrigatória na França setecentista, e a seguir nas escolas confessionais italianas foi sobretudo um meio para afastar a criança de um ambiente considerado não apropriado para a sua educação: é preciso sobretudo pensar defendia Démia, que

> o fim principal destas escolas é o de ajudar estas almas jovens a conservar a sua inocência baptismal, enquanto é de somenos importância instruí-las na gramática e nas letras.[3]

Durante os anos da escola a criança tem sobretudo que aprender qual é o seu estatuto e como que este é justificado pela "ordem das coisas", no melhor dos princípios de sociedade de castas. E, como para aprender o catecismo, não é necessário mais que ler, é inútil saber escrever, pelo que nas escolas se ensinará

> somente a ler e a escrever, a ler os números e a contar, e ao mesmo tempo serão obrigados aqueles que são de baixo estado social, e portanto inadaptados ao saber, a aprender os ofícios, excluindo também do exercício da escrita aqueles que a Providência fez nascer na condição de trabalhar a terra, e aos quais se ensinará só a ler.[4]

No Iluminismo a situação é racionalizada com uma filosofia segundo a qual a instrução tem de ser orientada segundo o tipo de ocupação para que a criança está destinada: com efeito, é necessário para o bem-estar da sociedade «que os conhecimentos do Povo não ultrapassem os que servem para as suas ocupações. Entre as gentes do Povo quase não é necessário saber ler e escrever , senão àqueles que trabalham no artesanato»[5]

Neste contexto podemos também citar o próprio Jean-Jacques Rousseau que afirmava em La nouvelle Héloise: «Não se deve instruir o filho do camponês porque não lhe convém ser instruído».

Os bancos de escola « modelo Gérard»

---

[3]*Ibidem*

[4]*Démia, sitado por Alberto Oliviero, Ibidem*

[5]Projecto de lei francês de 1763

Considera se a criança uma tabula rasa, que se poderá moldar a vontade e segundo as necessidades precisas dos que detêm o poder.
E preciso ocupar o tempo todo do aluno, mais no sentido de não o dar a possibilidade de pensar em possíveis acções pecaminosos. Além disso há uma grande preocupação para evitar uma iniciativa própria demasiada grande que poderia estimular demasiado a imaginação e assim a autonomia fora das estruturas pensadas. Kant dirá:

> *É por este motivo que se mandam as crianças para a escola, não tanto para que aprendam alguma coisa, mas para se habituarem a estar calmas e sentadas e a cumprir escrupulosamente o que se lhes ordena, de modo que depois não pensem, mesmo que têm de pôr em prática as suas ideias.*
>
> *Emanuel Kant*

Os exercícios espirituais de Santo Inácio de Loiola respondem a este objectivo, de dominar as próprias capacidades imaginativas sem as deixar errar.
As crianças e os adolescentes têm de aprender aquilo que têm de fazer sem que haja necessidade de chamadas de atenção orais por parte dos professores, no máximo silêncio.

Os próprios bancos têm de responder a critérios «racionais», como o modelo Gérard de 1872[6]

> concebido para assegurar o isolamento dos alunos e para satisfazer as necessidades mais essenciais da higiene e da moral da aula. Os assentos são isolados e apresentam um plano destinado a receber a bacia e as coxas da criança. Graças a uma ligeira inclinação para trás, a relevos e a partes vazias do tampo da carteira, o aluno já não terá de fazer esforços para estar sentado. O assento apresenta umas costas suficientemente altas para suster os rins e prevenir o cansaço, mas não tão altas e inclinadas que possam encorajar a preguiça.

o papel da escola - a relação com a ciência matemática

[6]Ver *Alberto Oliverio, Como nasce um conformista, Moraes, 1986*

É só na primeira metade do século XX que se apresentarão e indicarão directamente os protótipos, os cânones e as regras: com efeito, a normalização faz- se eco das teorias e das regras taylorianas e das dos psicólogos behavioristas americanos :

> O ser humano é em grande parte um autómato, embora não o seja totalmente. Assim é evidente que os pais deixam de ter o direito de descurar a educação das capacidades do corpo da criança. É a partir deste nível que se inicia a formação do autómato, visto que a qualidade prioritária de um bom autómato é a precisão dos movimentos. Para realizar esta obra a família não possui obviamente os equipamentos (em sentido lato) de que dispõe o infantário; aliás, nem se deve sequer substituir- se a este organismo especializado em que o tempo e o espaço estão organizados em função do que nele se deve verificar: trata-se acima de tudo de estruturar um ambiente educativo.

O facto de considerar os seres humanos como os automatos, é significativo para o tempo em que a questão é colocada. Na altura do fascínio para a mecanização, era difícil esperar outra coisa. Ao mesmo tempo, esta crença, abre a porta para continuar a normalizar as crianças, construindo padrões aos quais as pessoas normais deverão obedecer. Tendo definido o normal, pode se também definir o anormal.
Aqui, intervem o rigor ciêntifico, que terá que ter como fundamento o cálculo. É necessário procurar catalogar "objectivamente" as capacidades intelectuais dos alunos. Nascem baterias de testes.

> "Há duas questões cruciais acerca dos testes:«são rigorosos?» « São prejudiciais?»
> Vejamos os testes de inteligência por exemplo. Será que um teste de Q.I. mede de facto a inteligência? Mede alguma coisa, visto que na verdade , e uma dentro de uma tolerância razoável tem um atributo estatístico chamado «fiabilidade». A fiabilidade diz-nos que um valor estatístico (isto é, o valor do Q.I.) é significativo. A questão é saber qual o seu significado. Estamos a medir a inteligência ou outra coisa qualquer.
> O Q.I. é exacto. É um número. Por outro lado, a inteligência é uma qualidade amorfo e de definição verbal. Como é possível serem ambos iguais? Em certo sentido, considera-se que o Q.I. é uma aproximação ou um equivalente da inteligência, mas como é que justificamos ou demonstramos essa pretensão. Para tal, teríamos de analisar a inteligência nas suas diversas manifestações: capacidades de resolver problemas."[7]

---

[7] *Philip Davis, Reuben Herch, "O sonho de descartes" Difusão cultural 1996*

Édentro desta lógica de normalização e de rigor cientifico que se tem também que perceber como a aritmética e o cálculo são abordados. Até o fim do século 19 não há uma real aprendizagem do cálculo na escola básica. Existem algumas aulas do Condorcet que explicam a alunos adultos em poucas aulas como trabalhar com os algarismos.
De seguida, e pela mesma lógica didatica que considera necessário analizar letra a letra os símbolos que levam a representação escrita da lingua natural, impõe uma aprendizagem analítica dos números, em que a dezena não é o resultado duma troca, mas uma singularidade.

Nisto tudo, estamos a procura dum novo paradigma, como estivemos a procura (e encontramos) duma forma de actuar com um modelo estudado, analizado e enriquecido para a aprendizagem da língua natural. Algumas das propostas nestas notas, pretendem lançar pistas para conseguirmos libertamos dos caminhos que nos sempre foram propostas, procurando um novo padrão regido por outras normas. Neste contexto vale a pena relembrar as normas publicadas pelo National Council of Teachers of Mathematics, nos Estados Unidos.

(paradigma: • (Lat. paráigma < Gr. pardideigma, modelo), s. m. modelo; • norma;
• exemplo; • padrão; • tipo de conjugação ou declinação gramatical.*)*

3. Tabelas de computação

As tabelas de computação surgem muito cedo na história, como apoios para facilitar e diminuir a repetição fastidiosa de procedimentos quando se averiga o resultado duma expressão numérica. Entre os muitos registos, podemos focar, pela importância que ainda a damos, esta tabela jónica.

A	**B**	**Γ**	**Δ**	**E**	**F**	**Z**	**H**	**Θ**	**I**	
A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ	I	**A**
	Δ	F	H	I	IB	IΔ	IF	IH	K	**B**
		Θ	IB	IE	IH	KA	KΔ	KZ	Λ	**Γ**
			IF	K	KΔ	KH	ΛB	ΛF	M	**Δ**
				KE	Λ	ΛE	M	ME	N	**E**
					ΛF	MB	MH	NΔ	Ξ	**F**
						MΘ	NF	ΞΓ	O	**Z**
							ΞΔ	OB	Π	**H**
								ΠA	ϙ	**Θ**
									P	**I**

(Ρ Σ Τ Υ Φ Χ Ψ Ω Λ)

As tabelas são também muitas vezes utilizadas para sistematizar ou explicitar o acto de gerar series.
Em matemática, gerar é produzir uma sequência de números quer a partir da relação de um número com o seguinte quer através da relação entre um número da sequência e a sua posição. Por exemplo, $u_{n+1} = 2u_n$ gera a sequência 1, 2, 4, 8, ... ; $a_n = n(n+1)$ gera a sequência de números 2, 6, 12, 20, ...[8].

Uma serie muito conhecida é esta dos números de Fibonacci (1202: liber Abaci), notados como 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
Ela é gerada de forma simples e é a resposta a o seguinte enigma: Em janeiro recebes um casal de coelhos que tem um casal de coelhos depois de dois meses. A partir daí produz um casal de coelhos todos os meses. Estes novos casais produzem da mesma

[8] © 1997 Texto Editora

forma um novo casal depois de dois meses e de seguida todos os meses. Procura-se saber quantos casais existem no mês de Dezembro.

Bernouilli (1713) esteve na origem duma outra tabela, interessante de analizar:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286
1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001
1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003
1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008
1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448
1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758
1	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378

4. Exploração das possibilidades da maquina de calcular.

Munido duma máquina de calcular, ou de uma folha de cálculo, podemos motivar os alunos para investigar algumas series interessantes, e estimulá-los para descobrir series novos.
Mas também é possível fazer alguma “magia” com a maquina de calcular:

1. O truque do 1001.
Escrever numa calculadora um número qq de 3 algarismos.
Repetir para obter um nº de 6 algarismos.
Dividir o nº por 13.
A seguir dividir o resultado por 11.
Por fim, dividir por 7.
Qual é o número? O inicial (porque 1001 = 7 x 11 x 13)

2. Padrões de teclas.
- escolher um par de números e subtrair. (vertical, horizontal, diagonal)
- escolher um triplo de números e subtrair. (vertical e horizontalmente)

Investigar padrões numéricos.

						1	*1*
					2	1	*3*
				3	2	1	*6*
			4	3	2	1	*10*
		5	4	3	2	1	*15*
	6	5	4	3	2	1	*21*

						1	*1*
					3	1	*4*
				6	3	1	*10*
			10	6	3	1	*20*
		15	10	6	3	1	*35*
	21	15	10	6	3	1	*56*

					1	1
				2	1	1
			3	2	1	1
		5	3	2	1	1
	8	5	3	2	1	1
13	8	5	3	2	1	1

Controla:

1. Os números quadrados são resultado de somas de números impares.

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= 4 \\ 1 + 3 + 5 &= 9 \\ 1 + 3 + 5 + 7 &= 16 \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 &= 25 \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 &= 36 \end{aligned}$$

2. É possível gerar equilíbrios sucessivos, utilizando a ordenação dos números naturais.

$$1 + 2 = 3$$
$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$
$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$
$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24$$

Será que sempre começa com o próximo número quadrado? (25, 49, 64) Porquê ? Sempre?

Poucas teclas.

- Tentar escrever os números de 1 até 50 utilizando só o 4 e o 6 e as teclas + - x. Notar as descobertas. Tentar utilizar o menos teclas que possível.
- Tentar escrever os números de 1 até 100, utilizando somente e sempre os 4 algarismos que formam a data do ano em combinação com as teclas +, -, x, ÷, / .

O maior número

Qual é o maior produto possível utilizando 1, 2, 3, 4, 5, 6 uma vez cada um. (631 x 542)

Pistas com outros números - trabalhar os extremos

Calcular médias

O que acontece se todos querem ganhar acima da média.

Como é que posso aumentar uma média. Várias formas? Controlar.

Números de granizo.

Gerados de maneira simples: pensar num número: se ímpar, triplicar e acrescentar 1; se par, reduzir para metade.

Utilizando estas regras, obtém-se depois de algum tempo (dependente do número, a série 142142142...

Experimentar se sempre se cai para este ciclo. Como evitar fazer todos os números?

Quadrado de Euler

1	48	31	50	33	16	63	18	260
30	51	46	3	62	19	14	35	260
47	2	49	32	15	34	17	64	260
52	29	4	45	20	61	36	13	260
5	44	25	56	9	40	21	60	260
28	53	8	41	24	57	12	37	260
43	6	55	26	39	10	59	22	260
54	27	42	7	58	23	38	11	260
260	260	260	260	260	260	260	260	282

Relacionar ao problema (ou o não problema do ensino básico.)

A problematização de situações do quotidiano necessita dum instrumento de análise e de uma linguagem clara e simples, ou como diz *Boaventura Sousa Santos em "Um discurso sobre as ciências", ed. Afrontamento, 1987:*

> As ideias que presidem à observação e à experimentação são as ideias claras e simples a partir das quais se pode ascender a um conhecimento mais profundo e rigoroso da natureza. Essas ideias são as ideias matemáticas. A matemática fornece à ciência moderna, não só o instrumento privilegiado de análise, como também a lógica da investigação, como ainda o modelo de representação da própria estrutura da matéria.

Normalmente esta linguagem matemática está associada à ideia de rigor de medição. Este rigor pode muito bem ser uma miragem, uma ideialização. A mecânica quantica não só põe em causa este rigor, como também põe em causa o próprio rigor da matemática. De facto, se é possível formular dentro dum sistema lógico, proposições que não se podem demonstrar nem refutar, se a proposta é exactamente que sempre se pode demonstar ou refutar, então pode se concluir que o próprio sistema carece de fundamento.

O Boaventura Sousa Santos[9] afirma: "A própria filosofia da matemática, sobretudo a que incide sobre a experiência matemática, tem vindo a problematizar criativamente estes temas e reconhece hoje que o rigor matemático, como qualquer outra forma de rigor, assenta num critério de selectividade e que, como tal, tem um lado construtivo e um lado destrutivo."

E continua:

> O rigor científico, porque fundado no rigor matemático, é um rigor que quantifica e que, ao quantificar, desqualifica, um rigor que, ao objectivar os fenómenos, os objectualiza e os degrada, que, ao caracterizar os fenómenos, os caricaturiza. É, em suma e finalmente, uma forma de rigor que, ao afirmar a personalidade do cientista, destrói a personalidade da natureza.
> Nestes termos, o conhecimento ganha em rigor o que perde em riqueza e a re-tumbância dos êxitos da intervenção tecnológica esconde os limites da nossa compreensão do mundo e reprime a pergunta pelo valor humano do afã científico assim concebido.

Esta observação deveria fazer pensar como a escola utiliza os números e alguns instrumentos elementares da mátemática, para objectualizar alunos e caricaturizar as avaliações das suas aprendizagens.
Ariscamos-nos seriamente de encaminhar para situações já existentes nalgumas universidades americanas, passando mais tempo na preparação de alunos para passarem o próximo teste em vez de os provocar com a problematização de situações do seu meio envolvente. Em nome dum rigor que nunca é absoluto, actua-se no ensino da matemática como se tudo está descoberto e afirmado. Em nome deste absolutimso, até fixamos conceitos ultrapassados desde há muito de que "não se pode tirar o maior do mais pequeno" é concerteza um dos mais caricatos.

> Aliás, como diz René Poirier e antes dele disseram Hegel e Heidegger, «a coerência global das nossas verdades físicas e metafísicas só se conhece

[9] In*"Um discurso sobre as ciências", ed. Afrontamento, 1987*

retrospectivamente»[10]

Todas as teorias ligados a física contemporânea, são todas de vocação holística e, todas elas, introduzem na matéria os conceitos de historicidade e de processo, de liberdade, de auto-determinação e até de consciência que antes o homem e a mulher tinham reservado para si.

[10] *Ibidem*

5. Aritmética e matemática.

Uma ênfase constante no cálculo durante a escolaridade inicial traz com ela a tirania da resposta correcta, outro impedimento à aprendizagem da matemática e outro aspecto do modelo sacerdotal-militarista da instrução matemática, ainda demasiado comum. Esta é a verdade; agora faça 400 problemas idênticos. Em muitos outros campos existe uma clara distinção entre respostas erradas, mas demasiadas pessoas acreditam que se uma resposta em matemática não está certa, está errada - ponto final. É justamente o oposto que acontece na realidade. Se duas pessoas quisessem somar 2/5 e 3/11 e uma obtivesse 5/16 e a outra 39/55, seria razoavelmente claro que a primeira não sabia muito sobre fracções e que a segunda tinha sido apenas descuidada. (Na verdade, mesmo a primeira «adição» - 2/5 + 3/11 = 5/16 - poderia ser defendida. Talvez que 2/5 signifique que um jogador de basebol obteve 2 batidos em 5 lançamentos e que 3/11 signifique que ele obteve mais três batidas em 11 lançamentos subsequentes. Ele teria então 5 em 16 de modo que a «adição» acima se justifica.)[11]

Algumas definições

Matemática
- (Lat. mathematica < Gr. mathematiké, ciência das grandezas), s. f. ciência que tem por objecto de estudo as relações entre os números, as formas, as grandezas e as operações;
- s. f. pl. conjunto de ciências em que intervêm as teorias dos números;
- Matemáticas aplicadas: as que consideram as grandezas em determinados corpos ou assuntos;
- Matemáticas mistas: as que consideram as propriedades da grandeza em certos corpos ou fenómenos particulares, como a Astronomia e a Mecânica;
- Matemáticas puras: as que estudam as propriedades da grandeza em abstracto como a Geometria e a Álgebra.

Cálculo
- (Lat. calculu), s. m. acção de calcular;
- solução de problemas aritméticos ou algébricos;
- cômputo, avaliação;
- concreção dura que se forma na bexiga, rins, fígado, etc.;
- (fig.) plano, combinação;

[11] *John Allen Paulos, «O circo de matemática» Europa-américa, 1991*

- designio.

Aritmética
- (Lat. arithmetica < Gr. arithmetiké), s. f. ciência dos números, das suas propriedades e combinações.

Álgebra
- (Ár. aljab, restauração), s. f. ciência que generaliza as questões numéricas, representando ordinariamente as grandezas por letras;
- compêndio que trata desta ciência;
- aritmética universal;
- (ant.) arte de restaurar ou compor ossos deslocados ou fracturados;
- ortopedia.

calcular
- (Lat. calculare), v. tr. determinar por meio de operação matemática;
- contar;
- avaliar;
- (fig.) conjecturar;
- presumir;
- v. int. fazer cálculos matemáticos.

algoritmo
- (Lat. algorithmos < Ár. alkharizmi), s. m. (Mat.) forma da geração dos números;
- processo de cálculo em que um certo número de regras formais resolvem, na generalidade e sem excepções, problemas da mesma natureza;
- qualquer procedimento que permita mecanizar a obtenção de resultados de tipo determinado, podendo um resultado ser obtido por mais do que um algoritmo;
- (Inform.) conjunto de etapas bem definidas necessárias para chegar à resolução de um problema.

John Allen Paulos, «O circo de matemática» Europa-américa, 1991

Em aritmética, álgebra e probabilidades elementares existem em geral várias maneiras de resolver um problema, e em problemas menos bem definidos e mais difíceis existem em número superior. A crença popular de que todas as respostas erradas são equivalentes, ou mesmo que todas as respostas correctas são equivalentes, reduz a necessidade de pensar criticamente e isto explica a sua preponderância entre os estudantes, e é triste dizê-lo, também entre os professores.

As manifestações acerca de como as nossas crianças não conseguem realizar cálculos simples ocorrem-me como sendo semelhantes a debates que poderiam ter ecoado na Itália do século XV sobre a forma como os estudantes tinham problemas com os algoritmos de divisão para os algarismos romanos. Gradualmente, tornou-se aparente que uma facilidade para esta perícia particular era difícil de adquirir e, dados os novos «programas» de algarismos árabes, menos útil do que tinha sido. De uma forma atenuada, esta é a situação actual. A capacidade de calcular «à mão» é menos importante e esta é outra razão pela qual a nossa atenção fundamentalista às capacidades de cálculo deveria ser posto de lado.

A matemática não é o cálculo tal como escrever não é o escrever à máquina. Quase todas as pessoas acabam por aprender a fazer cálculos mas, tal como relatórios sobre a nossa educação matemática indicam claramente, outras capacidades de alto nível não estão a ser incentivadas nas nossas crianças. Muitos estudantes liceais não sabem interpretar gráficos, não compreendem noções estatísticas, são incapazes de modelar situações matematicamente, dificilmente estimam ou comparam grandezas, nunca demonstram teoremas e, o que é o mais constrangedor de tudo, quase nunca desenvolvem uma atitude crítica e céptica em relação a conclusões ou dados numéricos, espaciais e quantitativos. Os custos públicos e privados deste «inumerismo» e a incapacidade matemática geral são incalculáveis.

Significado passado e actual.

John Allen Paulos, «O circo de matemática» Europa-américa, 1991:

"Ambição, Distracção, Repulsão e Irrisão" é como Lewis Carroll se referia às operações aritméticas básicas da adição, subtracção, multiplicação e divisão. É assim que muitas pessoas, incluindo eu, ainda vêem o cálculo da escola (excepto a «ambição», que nunca pareceu pertencer à lista, sendo «vício» mais apropriado) a razão desta repugnância deve-se, penso eu, a que o cálculo é aborrecido, fastidioso e opressivo. Pior do que isto, frequentemente pinta (ou deveria dizer «desbota») para sempre a perspectiva da matemática real por parte das pessoas.

Imaginemos que 90% de todos os cursos de língua materna até à universidade são dedicados à gramática e à construção de diagramas de frases. Teriam os finalistas alguma sensibilidade à literatura? A resposta, é evidente, é não. Mas é isso, dada a proporção adequada à hipérbole, o que acontece frequentemente nas nossa aulas de matemática. A matemática é identificada com uma recitação mecânica de factos e uma execução cega de procedimentos. Décadas depois, este modo de comportamento robótico irrompe sempre que um tópico matemático surge. Inúmeras pessoas sentem que se a resposta ou pelo menos uma receita para a encontrar não lhes surge imediatamente, nunca a irão obter. A ideia de pensar num problema ou o discutir um pouco com alguém parece-lhes insólita. Pensar num problema de matemática?

Discuti-lo?
Na minha opinião, a atenção da escola ao cálculo é excessiva e obsessiva. Não existe nada de errado, é claro, com o conhecimento das tabuadas da adição e da multiplicação e dos algoritmos básicos para manipular fracções, percentagens, etc. De facto, estas capacidades são absolutamente essenciais, mesmo hoje quando uma calculadora de 700 escudos (um componente espero, do material escolar de qualquer criança) pode efectuar todos os cálculos que a maioria das pessoas irá alguma vez necessitar. Acontece apenas que após algum treino de rotina, estas capacidades devem ser encaradas como ferramentas para alargar a compreensão, não como um substituto da compreensão.

Philip Davis e Reuben Hersh "O sonho de Descartes" - difusão cultural, 1997:
No seu significado comum e tradicional, computação quer dizer aritmética. Computar, calcular, estimar, avaliar, significam somar, subtrair, multiplicar ou dividir. Computar corresponde portanto a pôr em prática uma das quatro veneráveis operações ensinadas na escola primária. Os principais consumidores da computação entendida neste sentido são os negócios, a ciência, a tecnologia e a própria matemática. Antigamente as exigências matemáticas feitas à computação pelo mundo dos negócios eram bastante simples: realizar as quatro operações sem fim, sobretudo a adição, manuseando grandes quantidades de informação. As contas enviadas mensalmente elo departamento de contabilidade de uma firma aos clientes a crédito são simples computações. Ao balancete que foi elaborado no primeiro dia do mês adiciona-se o total das vendas, subtraem-se os pagamentos feitos durante o mês e acrescenta-se como transporte uma certa percentagem do balancete inicial - eis o novo balancete pronto.
Competia às escolas do ensino básico ensinar as crianças a computar. No final dos oito anos, as crianças da minha geração sabiam, ou era suposto que soubessem, fazer adições, subtracções, multiplicações e divisões (de forma abreviada ou extensiva). Sabiam também realizar essas mesmas operações com números fraccionários e decimais, tornar fracções irredutíveis, determinar o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum. Ensinavam-lhes também a tirar raízes quadradas e a aplicar todas essas operações a problemas envolvendo medições.
Para avaliar melhor a revolução da computação que subjuga o mundo inteiro, será útil lembrarmo-nos de que, até há cerca de cem anos, altura em que a educação básica se generalizou, as quatro operações básicas da aritmética, na sua forma geral, eram propriedade exclusiva de alguns escriturários, de alguns cientistas e de um ou outro advogado ou clérigo. Há cinquenta anos, a minha mãe não sabia fazer multiplicações ou divisões muito longas; o meu pai, que teve quatro anos de escola primária, aprendeu ele mesmo a fazer essas operações por força das necessidades do negócio. Embora não tenha visto nenhumas estatísticas, creio que, na nossa geração, se o

número de iliteratos funcionais no Estados Unidos da América é maior do que o que pensamos, o número de iliteratos aritméticos deve ser ainda mais elevado.
Entre a geração dos meus pais e a minha, a generalização dos conhecimentos de aritmética tornou-se um padrão corrente, e, com ele, aumentou a complexidade aritmética nos nossos afazeres quotidianos.
[...]
A computação - as quatro operações aritméticas feitas com papel e lápis - é um trabalho entediante, propenso a erro e penosamente lente. Não há dúvida: as pessoas detestam-no. Foi por esse motivo que se inventaram as tabuadas, cordas com nós, os ábacos e sistemas inteligentes para fazer cálculos com os dedos e com as mãos. Nalguns lugares, a aritmética nunca foi feita em papel ou de cabeça, mas apenas com o recurso a esses instrumentos, por isso pode ser enganador afirmar-se que as dificuldades com a aritmética teriam originado o seu desenvolvimento - sem ábaco, não há aritmética.
Sob pressão das necessidades de computação em astronomia, na agrimensura e na navegação, os logaritmos foram inventados e aperfeiçoados. Isto permitiu reduzir a operação de multiplicação à da adição, menos complexa, e transformar a divisão em subtracção e a radiciação numa simples divisão. Inventaram-se dispositivos analógicos, como a régua de cálculo e o nomograma, que tiveram muita utilidade nos sues dias. Os astrolábios e outros aparelhos especiais para finalidades astrológicas eram relativamente comuns no mundo islâmico do século XV, e as máquinas de calcular mecânicas, que datam do princípio do século XVII, começaram a ser de uso corrente em meados do século XIX, enquanto instrumentos básicos no mundo dos negócios. Já mesmo em 1940, ainda se fabricavam alguns modelos que apenas executavam adições. No final da década de 30, existiam calculadoras mecânicas que realizavam as quatro operações carregando-se apenas em botões, e no principio da década de 50 surgiram modelos comerciais que já tinham um botão para a raiz quadrada - que podiam bem ter sido criados no princípio do século XIX. Em meados do nosso século, os computadores mecânicos começaram a dar lugar aos computadores electrónicos, que eram onze graus de grandeza mais rápidos e muito mais versáteis.
[...]
O computador electrónico ainda não erradicou a possibilidade de uma computação incorrecta. Será que os artigos d lista de compras foram introduzidos correctamente? Em caso afirmativo, então há uma elevada possibilidade da soma ser bem executada, mas se não foram, o computador não saberá distingui-lo. Se houver queixas, a resposta clássica é que o computador se engasgou, mas toda a gente sabe que foi um ser humano que meteu água num ponto qualquer do processo. Se o preço dos artigos for extraído da memória, de forma automática, pelo leitor dos códigos de barras, então como poderemos saber se eles foram lá postos de forma correcta? É possível formular uma lista infindável de perguntas: será que isto foi gravado correctamente, será que aquilo foi programado de modo adequado? Em última instância, a nossa fé na exactidão de todo o processo baseia-se na confiança que depositamos no

funcionamento das capacidades humanas e na sua habilidade em descobrir e corrigir os erros através da verificação da razoabilidade das respostas obtidas em diversos estádios intermédios.

John Allen Paulos, «O circo de matemática» Europa-américa, 1991
Na escola primária, por exemplo, deveriam existir unidades dedicadas a decidir que operação aritmética ou sequência de operações é requerida num dado problema; a estimativa de grandezas muito grandes ou muito pequenas; a histórias de detectives condimentadas com a matemática; a padrões numéricos e a quebra-cabeças mecânicos; a jogos de tabuleiro onde o acaso é um factor a ter em conta; a aspectos matemáticos de histórias noticiosas e de acontecimentos desportivos; e a uma miriade de outros tópicos que podem ser relacionados com a vida de uma criança.

Nota final:
Reuben Herch: A matemática e a sua filha, a ciência de computação, procuram *soluções finais*. Na matemática, uma solução final é a que decorre da análise de tal modo pormenorizada do problema que todos os seus casos podem, daí para frente, ser resolvidas de cor, por um algoritmo. Na ciência da computação, uma solução final é um sistema que mistura a nossa vida inteira numa rede automatizada, no qual o papel do homem foi completamente usurpado pela transformação formal de símbolos.
O sonho de Descartes iniciou-se com a possibilidade de automatizar a geometria. Era inevitável que se pensasse a seguir na possibilidade de automatizar completamente o pensamento e o juízo. Então, foi avançada a proposição de que a linguagem natural é computação, que a visão e os outros sentidos são computação e que a emoção é computação. *Computo, ergo sum*, parece ser a derradeira expressão da intuição cartesiana. Abandona-se a humanidade e, em seu lugar coloca-se um substituto abstracto.