

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
12 giugno 2007

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z - i)^2 = 2(\bar{z} + i) \\ |z| \leq 2 \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + (1-t)x_2 + 3x_3 \\ x_1 - x_2 \\ x_1 - x_2 - x_3 \\ x_1 - 2x_2 + tx_3 \end{pmatrix}$$

Determinare:

(i) al variare di $t \in \mathbb{R}$ la dimensione di $(Ker(f_t))$ e di $(Im(f_t))$;

(ii) al variare di $s, t \in \mathbb{R}$ la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ s \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 3 a coefficienti in \mathbb{R} e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$$

- (i) Rispetto alla base $\{1, x, x^2, x^3\}$ determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.