

penalità

Ingegneria Biomedica  
Esame di Geometria e Algebra Lineare  
19 febbraio 2007

voto

\_\_\_\_\_

(Cognome)

\_\_\_\_\_

(Nome)

\_\_\_\_\_

(Numero di matricola)

**tempo a disposizione: 2 ore**

**Esercizio 1. [8pt.]** Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} |z|^6 - 8i\bar{z}^3 = 0 \\ |e^{iz}| \geq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** [8pt.] Sia  $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + tx_3 \\ tx_1 + x_3 \end{pmatrix}$$

Determinare, al variare del parametro reale  $t$ :

(i) la dimensione di  $(Ker(f_t))$  e di  $(Im(f_t))$ ;

(ii) la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema  $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

(iii) Si trovino, se esistono, i valori del parametro  $t$  per cui il vettore  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$  è autovettore per  $f_t$ .

**Esercizio 3.** [8pt.] Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di  $f$  specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per  $f$ .

**Esercizio 4.** [8pt.] Sia  $V$  lo spazio vettoriale su  $\mathbf{R}$  generato dalle funzioni  $e^x, 1, e^{-x}$  e sia  $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbf{R}$  il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$$

- (i) Rispetto alla base  $\{e^x, 1, e^{-x}\}$  determinare la matrice associata a  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ .
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.