

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
2 febbraio 2007

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{2z} = e^{\bar{z}+1} \\ 13|z-1| < 12|z| \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 + tx_2 - 2x_4 \\ x_1 - tx_2 + tx_3 + tx_4 \\ 2tx_3 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare, al variare del parametro reale t , la dimensione di $(Ker(f_t))$ e di $(Im(f_t))$;
(ii) Determinare, al variare dei parametri reali s, t , la dimensione dello spazio delle soluzioni del

sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ s \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.]

Sia V lo spazio vettoriale su \mathbf{R} formato dai polinomi di grado ≤ 2 e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbf{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx - (fg)'(0)$$

- (i) Rispetto alla base $\{1, x, x^2\}$ determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.