

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
16 gennaio 2007

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} 4z^2 = \bar{z}^4 \\ |z - 1| < |z + 1| \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \beta & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -\beta \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$ determinare la dimensione di $\ker(f_\beta)$ e $\text{Im}(f_\beta)$.

(ii) Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$, si determini la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema

$$f_\beta \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di β per i quali $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è autovettore di f_β .

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.]

Sia V lo spazio vettoriale su \mathbf{R} generato dai polinomi $\{1-x, 1+x, 1-x^2\}$ e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \longrightarrow \mathbf{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$$

- (i) Rispetto alla base $\{1-x, 1+x, 1-x^2\}$ determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.