

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
17 luglio 2006

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} |z|^6 + 27\bar{z}^3 = 0 \\ |e^z| \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + tx_3 \\ tx_1 + x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di $t \in \mathbb{R}$, si determinino $\dim(\text{Ker}(f_t))$ e $\dim(\text{Im}(f_t))$.

(ii) Al variare di $t \in \mathbb{R}$, si determini la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(iii) Si determinino, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui il vettore $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t .

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 3 a coefficienti reali che si annullano nello 0. Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = 420 \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

- (i) Determinare la matrice di tale prodotto rispetto alla base $\langle x^3, x^2, x \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, una base ortonormale.