

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
27 giugno 2006

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (2z + i)^2 = (2\bar{z} - i)^2 \\ 4|z|^2 - 2i(z - \bar{z}) = 3 \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & t \\ t & t & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di $t \in \mathbb{R}$, si determinino $\dim(\text{Ker}(f_t))$ e $\dim(\text{Im}(f_t))$.

(ii) Al variare di $t \in \mathbb{R}$, si determini la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(iii) Si determinino, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t .

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ 2x + y + 2z \\ -x - 2z \\ w \end{pmatrix}$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia V lo spazio vettoriale su \mathbb{R} generato dalle funzioni $\{1, \cos x, \cos 2x\}$ e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^\pi f(x)g(x)dx.$$

- (i) Determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$ rispetto alla base $\{1, \cos x, \cos 2x\}$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare una base ortogonale.
- (iv) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.