

penalità

Ingegneria Biomedica  
Quarto compitino di Geometria e Algebra  
17 maggio 2006

totale

\_\_\_\_\_

(Cognome)

\_\_\_\_\_

(Nome)

\_\_\_\_\_

(Numero di matricola)

**tempo a disposizione : 40 minuti**

**Esercizio 1. [7pt.]** Sia  $V$  lo spazio vettoriale reale generato dalle funzioni

$$\sin x, \cos x, e^x, e^{-x},$$

e sia  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  il prodotto scalare su  $V$  definito da  $\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f'(0)g'(0)$ .

- (i) Si trovi la matrice associata al prodotto rispetto alla base  $\{\sin x, \cos x, e^x, e^{-x}\}$ ;
- (ii) si determini se tale prodotto scalare è degenere o non degenere;
- (iii) si determini lo spazio ortogonale al vettore  $\sin x + \cos x$ .

**Esercizio 2.** [7pt.] Nello spazio vettoriale reale  $\mathbb{R}^4$  sia  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  il prodotto scalare avente come matrice associata alla base canonica

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si trovi una base ortogonale;
- (ii) si trovi, se esiste, un vettore isotropo non nullo.