

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
26 luglio 2005

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = 64i \\ |e^{\pi z}| \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 + 2x_2 + tx_3 \\ -x_1 + tx_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare, al variare del parametro reale t , la dimensione di $(Ker(f_t))$ e di $(Im(f_t))$;
(ii) Determinare, al variare dei parametri reali s, t , la dimensione dello spazio delle soluzioni del

sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 3 a coefficienti in \mathbb{R} e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = (f(0) + f'(0))(g(0) + g'(0)).$$

- (i) Determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$ rispetto alla base $\{1, x, x^2, x^3\}$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.