

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
5 luglio 2005

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{2\bar{z}} + 4(1 + i\sqrt{3}) \cdot e^{-z} = 0 \\ |z - \log 2| > |z + \frac{4}{3}\pi i| \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 \\ tx_1 + 2x_2 \\ x_1 + tx_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + tx_3 \end{pmatrix}$$

Determinare, al variare del parametro reale t ,

(i) la dimensione di $(\text{Ker}(f_t))$ e di $(\text{Im}(f_t))$;

(ii) la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia $V \subset \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ lo spazio vettoriale su \mathbb{R} generato dalle funzioni $\{e^x, \sin x, \cos x\}$ e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x) \rangle = f'(\frac{\pi}{3}) \cdot g'(\frac{\pi}{3})$$

- (i) Rispetto alla base $\{e^x, \sin x, \cos x\}$ determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
- (iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.