penalità

# Ingegneria Biomedica
## Esame di Geometria e Algebra Lineare
16 giugno 2005

voto

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

**tempo a disposizione: 2 ore**

**Esercizio 1. [8pt.]** Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (\overline{z} - i)^3 = z + i \\ z^5 + 4z = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** **[8pt.]** Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & +tx_2 & +tx_3 \\ tx_1 & +4x_2 & +4x_3 \\ x_1 & & -x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare del parametro reale $t$, la dimensione di $(Ker(f_t))$ e di $(Im(f_t))$;
(ii) determinare, al variare dei parametri reali $t, s$ la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ s \end{pmatrix}$

**Esercizio 3.** **[8pt.]** Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di $f$ specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per $f$.

**Esercizio 4.** **[8pt.]** Sia $V \subset \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ generato dalle funzioni $\{1, \sin x, \cos x\}$ e sia $\langle\ ,\ \rangle : V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle f(x), g(x)\rangle \ = \ \int_0^{2\pi} f(x) \cdot g(x)\ dx$$

(i) Rispetto alla base $\{1, \sin x, \cos x\}$ determinare la matrice assaciata a $<\ ,\ >$.
(ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
(iii) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non nullo.
(iv) Trovare, se esiste, una base ortonormale.