

penalità

Ingegneria Biomedica
Esame di Geometria e Algebra Lineare
18 gennaio 2005

voto

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione: 2 ore

Esercizio 1. [8pt.] Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 + 4\bar{z}^2 = 0 \\ |e^{iz}| \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ t & t & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(f_t))$ e $\dim(\text{Im}(f_t))$.
- (ii) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. [8pt.] Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Si determinino la forma di Jordan e una base di Jordan per f .

Esercizio 4. [8pt.] Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 3 a coefficienti reali che si annullano in 0 e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle p_1(x), p_2(x) \rangle = p_1'(1) \cdot p_2'(1)$$

- (i) Rispetto alla base $\{x, x^2, x^3\}$ determinare la matrice associata a $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- (ii) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- (iii) Trovare una base ortogonale per $\langle \cdot, \cdot \rangle$.