

penalità

Ingegneria Biomedica
Terzo compito di Geometria e Algebra
14 dicembre 2004

totale

(Cognome)

(Nome)

(Numero di matricola)

tempo a disposizione : 35 minuti

Esercizio 1. [10pt.] Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z + w \\ 2x - 2y \\ z \\ -z \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare la matrice associata ad f rispetto alla base canonica,
- (ii) gli autovalori e gli autovettori di f con le loro molteplicità algebriche e geometriche,
- (iii) la forma canonica di Jordan e una base di Jordan di f .

Esercizio 2. [6pt.] Sia V lo spazio vettoriale reale dei polinomi di grado ≤ 2 , e sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ il prodotto scalare su V definito da

$$\langle p, q \rangle = -p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1).$$

- (i) Si trovi la matrice associata al prodotto rispetto alla base $\{1, x, x^2\}$;
- (ii) si determini se tale prodotto scalare è degenere o non degenere;
- (iii) si trovi, se esiste, un vettore isotropo non nullo.