

Esercizio 2. [8pt.] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -t & 1 \\ t & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(f_t))$ e $\dim(\text{Im}(f_t))$.

(ii) Determinare al variare di $t \in \mathbb{R}$, la dimensione dello spazio delle soluzioni (se esistono) del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$