

Capítulo Quinto



LA GRAVITACIÓN

Contenido

[Un cañonazo hacia arriba](#)

[El peso a gran altura](#)

[Las trayectorias de los planetas con el compás](#)

[La caída de los planetas en el Sol](#)

[El yunque de Vulcano](#)

[Los límites del sistema solar](#)

[Un error en una novela de Julio Verne](#)

[Cómo fue pesada la Tierra](#)

[Cuál es la composición del interior de la Tierra](#)

[El peso del Sol y el de la Luna](#)

[El peso y la densidad de los planetas y de las estrellas](#)

[La gravedad en la Luna y en los planetas](#)

[Gravedad "record"](#)

[La gravedad en el interior de los planetas](#)

[El problema del barco](#)

[Las mareas lunares y solares](#)

[La Luna y el estado del tiempo](#)

* * *

Un cañonazo hacia arriba

¿Dónde caería una granada disparada verticalmente hacia arriba por un cañón situado en el Ecuador? (figura 86). Este problema se debatía veinte años atrás en una revista con referencia a una granada imaginaria arrojada con una velocidad de 8000 m en el primer segundo; esta granada, a los 70 minutos, debería alcanzar una altura de 6400 km (radio terrestre). He aquí lo que decía la revista:

"Si la granada se arroja verticalmente hacia arriba en el Ecuador, al salir del cañón poseerá además la velocidad angular de los puntos del Ecuador en dirección al Este (465 m/s).

La granada se trasladará con esta velocidad paralelamente al Ecuador. El punto que se encontraba en el momento del disparo a la altura de 6400 km, verticalmente sobre el punto de partida de la granada, se trasladará en un círculo de radio doble con doble velocidad lineal. Por consiguiente, aventajaría a la granada en dirección al Este. Cuando la granada alcance el punto más alto de su trayectoria, se encontrará verticalmente, no sobre el punto de partida del disparo, sino que estará desviada de él hacia el Oeste. Lo mismo sucede en la

caída de retorno de la granada. Como resultado, al cabo de los 70 minutos empleados en el ascenso y el descenso, la granada se habrá atrasado aproximadamente 4000 km hacia el Oeste.

Ahí es donde hay que esperar su caída. Para hacer que la granada vuelva al punto de partida -es necesario dispararla, no verticalmente, sino algo oblicuamente, en nuestro caso con una inclinación de 5° ."

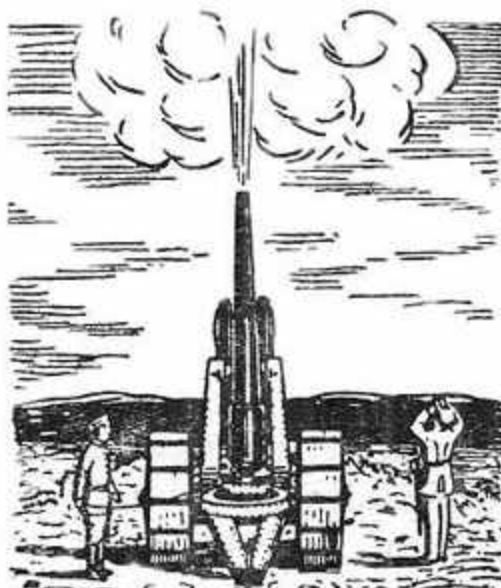


Figura 86. El problema de la bala de cañón disparada verticalmente

De manera completamente distinta resuelve un problema similar Flammarion en su *Astronomía*.

"Si se dispara un cañonazo verticalmente hacia el cenit, la bala caerá nuevamente en el alma del cañón, aunque durante su elevación y descenso se traslada con la Tierra hacia el Este. La causa es evidente. La bala, elevándose hacia arriba, no pierde nada de la velocidad que el movimiento de la Tierra le comunica. Los dos impulsos recibidos no se oponen: puede ir 1 km hacia arriba y al mismo tiempo hacer, por ejemplo, 6 km hacia el Este. Su movimiento en el espacio seguirá la diagonal de un paralelogramo, uno de cuyos lados es de 1 km y el otro de 6 km. Al caer, por efecto de la gravedad, se moverá según otra diagonal (más exactamente, según una curva, a consecuencia de la aceleración) y caerá nuevamente en el alma del cañón, el cual, como antes, se encuentra en posición vertical."

Flammarion añade: "Realizar con éxito semejante experiencia resultaría, sin embargo, bastante laborioso, porque sería difícil encontrar un cañón bien calibrado y nada fácil ponerlo en posición totalmente vertical. Mersenne y Petit intentaron hacer esto en el siglo XVII, pero ni siquiera encontraron su bala después del disparo. Varignon, en la página inicial de su obra *Nuevas conjeturas sobre la gravedad* (1690), insertaba un dibujo relativo a esto. En dicho dibujo, dos observadores -un monje y un militar- están de pie al lado de un cañón que apunta hacia el cenit y miran hacia arriba, como siguiendo la bala disparada. En el grabado está escrito (en francés) *Retombera-t-il? (¿Volverá a caer?)*. El monje es Mersenne; el militar es Petit. Esta peligrosa experiencia la efectuaron varias veces, y como nunca les resultó bastante acertada como para que la bala les cayera en la cabeza, sacaron la conclusión de que

el proyectil se quedaba para siempre en el aire. Varignon se sorprende del hecho: ¡Una bala pendiendo sobre nuestras cabezas! Es verdaderamente asombroso. Repitiendo¹ la experiencia en Estrasburgo, la bala cayó a varios cientos de metros del cañón. Es evidente que el arma no había sido dirigida exactamente en dirección vertical."

Las dos soluciones del problema, como vemos, difieren mucho. Un autor afirma que la bala caerá lejos, hacia occidente del lugar del disparo; otro, que deberá caer en el alma misma del cañón. ¿Quién tiene razón?

En rigor son falsas ambas soluciones, pero la de Flammarion está mucho más cerca de la verdad. La bala debe caer hacia el oeste del cañón; sin embargo, no tan lejos como afirmaba el primer autor y no en el cañón mismo como afirmaba el segundo.

El problema, lamentablemente, no puede ser resuelto con los recursos de la matemática elemental. Por esta razón nos limitaremos a dar el resultado final².

Si llamamos v a la velocidad inicial de la bala, w a la velocidad angular de rotación del globo terrestre y g a la aceleración de la gravedad, la distancia x del punto de caída de la bala al oeste del cañón se obtiene con las expresiones en el Ecuador

$$x = \frac{4}{3} w \frac{v^3}{g^2}$$

y en la latitud f

$$x = \frac{4}{3} w \frac{v^3}{g^2} \cos j$$

Aplicando la fórmula al problema propuesto por el primer autor, tenemos

$$\begin{aligned} w &= \frac{2p}{86.164} \\ v &= 8.000m/s \\ g &= 9.8m/s^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la primera fórmula, resulta $x = 520$ km: la bala caerá 520 km al oeste del cañón (y no a 4 000 km, como pensaba el primer autor).

¿Qué da la fórmula para el caso examinado por Flammarion? El disparo no era efectuado en el Ecuador, sino cerca de Paris, a 48° de latitud. Supondremos la velocidad inicial de la bala del viejo cañón igual a 300 m/s. Sustituyendo en la segunda fórmula

$$\begin{aligned} w &= \frac{2p}{86.164} \\ v &= 300m/s \\ g &= 9.8m/s^2 \\ j &= 48^\circ \end{aligned}$$

¹ Se reproduce como viñeta en la cabecera de este capítulo (N. R.).

² Para este fin es imprescindible un cálculo complementario especial, que a petición mía fue efectuado por especialistas. No es posible dar aquí este cálculo en forma detallada.

resulta $x = 18 \text{ m}$

la bala caerá a 18 m al oeste del cañón (y no en el alma misma, como suponía el astrónomo francés). En estos cálculos, como se ve, no se ha tenido en cuenta la posible acción de las corrientes de aire, capaces de alterar notablemente el resultado.

[Volver](#)

El peso a gran altura

En los cálculos anteriores hicimos figurar una circunstancia sobre la cual no hemos llamado hasta ahora la atención del lector. Se trata de que, a medida que un cuerpo se aleja de la Tierra, la fuerza de la gravedad disminuye.

La gravedad no es otra cosa que una manifestación de la gravitación universal, y la fuerza recíproca de atracción de dos cuerpos disminuye rápidamente cuando la distancia entre ellos aumenta. De acuerdo con la ley de Newton, la fuerza de atracción disminuye proporcionalmente al cuadrado de la distancia; la distancia debe contarse en nuestro caso desde el centro de la esfera terrestre, porque la Tierra atrae a todos los cuerpos como si su masa estuviera concentrada en su centro. Por esto, la fuerza de atracción a la altura de 6 400 km, es decir, en un punto alejado 2 radios terrestres del centro de la Tierra, es cuatro veces menor comparada con la fuerza de atracción en la superficie de la Tierra.

Para una bala de cañón arrojada hacia arriba, esto debe manifestarse haciendo que la bala se eleve más que en el caso de que la gravedad no disminuyera con la altura. Para la bala arrojada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 8000 m por segundo, aceptamos que se elevaría a una altura de 6400 km. En cambio, si se calcula la altura de la elevación de este proyectil por la fórmula conocida, sin tener en cuenta la disminución de la gravedad con la altura, se obtiene una altura dos veces menor. Hagamos este cálculo. En los textos de física y de mecánica se encuentra la fórmula para el cálculo de la altura h a que se eleva un cuerpo arrojado verticalmente hacia arriba, con una velocidad v , para una aceleración constante g de la fuerza de la gravedad:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

En nuestro caso $v = 8000 \text{ m/s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, y tenemos

$$h = \frac{8.000^2}{2 \times 9.8} = 3.265.000 = 3.265 \text{ km}$$

Esto es casi la mitad de la altura indicada anteriormente. La divergencia obedece, como acabamos de decir, a que utilizando la fórmula dada en los libros de texto no tenemos en cuenta la disminución de la gravedad con la altura.

Es claro que si la bala es atraída por la Tierra más débilmente, tiene que elevarse más a la velocidad dada.

No debe sacarse precipitadamente la conclusión de que las fórmulas que figuran en los libros de texto para el cálculo de la altura que alcanza un cuerpo arrojado hacia arriba no son exactas. Son exactas dentro de los límites para ellas previstos, y resultan inexactas tan pronto como el calculista se sale de los límites indicados. Estas fórmulas son de aplicación cuando se trata de alturas muy pequeñas, para las que la disminución de la gravedad es siempre tan insignificante que se puede despreciar. Así, en el caso de la bala arrojada hacia arriba con una velocidad inicial de 300 m/s, la disminución de la gravedad se hace sentir muy poco.

Pero he aquí un interesante problema: ¿Se hace sentir la disminución de la fuerza de la gravedad a las alturas alcanzadas por los aviones y los aerostatos modernos? ¿Es notable a estas alturas la disminución del peso de los cuerpos? En el año 1936 el aviador Vladimir Kokkinaki subió con su máquina algunas cargas a gran altura: ½ tonelada a la altura de 11.458 m; 1 tonelada a 12.100 m, y 2 toneladas a 11.295 m. Se pregunta: ¿mantenían estas cargas en las alturas "record" indicadas su peso original o perdían allá arriba alguna parte notable de ese peso? A primera vista puede parecer que la elevación sobre la superficie de la Tierra a poco más de una decena de kilómetros no puede disminuir sensiblemente el peso de una carga en un planeta tan grande como la Tierra. En la superficie de la Tierra el peso dista del centro de nuestro planeta 6.400 km; un ascenso de 12 km aumenta esta distancia hasta 6.412 km; el aumento parece demasiado pequeño para que pueda influir en el peso. El cálculo, sin embargo, dice otra cosa: resulta una pérdida de peso bastante sensible.

Hagamos el cálculo para un caso, por ejemplo, para el ascenso de Kokkinaki con una carga de 2000 kg a 11.295 m.

A esta altura el avión se encuentra $6411.3/6400$ veces más lejos del centro del globo terrestre que en el momento de su partida. La fuerza de atracción disminuye allí:

$$\left(\frac{6411.3}{6400}\right)^2$$

es decir

$$1 + \left(\frac{6411.3}{6400}\right)^2 \text{ veces}$$

Por consiguiente, el peso a la altura indicada debe ser:

$$2.000 : \left(1 + \frac{6411.3}{6400}\right)^2 \text{ kg}$$

Si se efectúa este cálculo (para lo cual es cómodo utilizar los métodos del cálculo aproximado)³, se ve que la carga de 2 000 kg a la altura indicada pesaría sólo 1.993 kg, con lo que sería 7 kg más liviana. La merma en el peso es bastante sensible. Una pesa de un kilogramo a esa altura tiraría en una balanza de resorte sólo como 996.5 g; se perderían 3.5 g de peso.

Una pérdida de peso mayor aún podrían haber descubierto nuestros aeronautas que alcanzaron una altura de 22 km: 7 g por kilogramo.

En el ascenso "record" del aviador Iumashev, que se elevó en 1936 con una carga de 5.000 kg a una altura de 8.919 m, puede calcularse para este peso una pérdida global de 14 kg.

³ Pueden utilizarse las igualdades aproximadas:

$$(1 + a)^2 = 1 + 2a$$

y

$$1 : (1 + a) = 1 - a$$

en donde a es una cantidad muy pequeña. Por esto

$$2.000 : \left(1 + \frac{11.3}{6400}\right)^2 = 2000 : \left(1 + \frac{11.3}{3200}\right) = 2000 - \frac{11.3}{1.6} = 2000 - 7$$

En el mismo año 1936 el aviador M. Y. Alekseev elevó a una altura de 12.695 m una carga de 1 t, el aviador N. Nyujtikov elevó a una altura de 7.032 m una carga de 10 t, etc. Utilizando lo expuesto antes, el lector puede efectuar fácilmente el cálculo de la pérdida de peso en cada uno de estos casos.

[Volver](#)

Las trayectorias de los planetas con el compás

De las tres leyes de los movimientos planetarios arrancadas a la naturaleza con gigantesco esfuerzo por el genio de Kepler, la menos comprensible para muchos puede ser la primera. Esta ley afirma que los planetas se mueven describiendo elipses. ¿Por qué precisamente elipses? Uno pudiera pensar que si en torno al Sol se hace sentir por todas partes la misma fuerza y ésta disminuye con el alejamiento en la misma medida, los planetas deberían dar vuelta alrededor del Sol siguiendo círculos y no trayectorias cerradas y estiradas, en las cuales el Sol no ocupa una posición central. La cuestión queda perfectamente aclarada con el estudio matemático del problema. Pero los conocimientos de matemática superior para ello necesarios los poseen sólo algunos de los aficionados al estudio del cielo. Intentaremos hacer comprensible la validez de las leyes de Kepler para aquellos lectores que sólo conocen las matemáticas elementales.

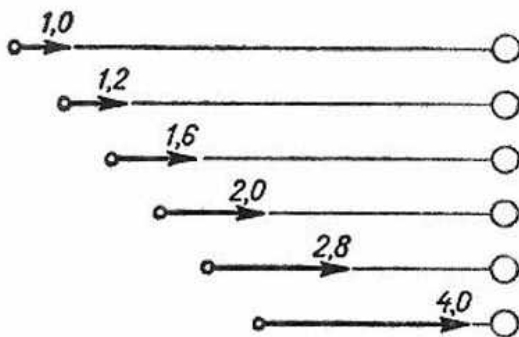


Figura 87. La fuerza de atracción del planeta por el Sol aumenta con la disminución de la distancia

Armados de un compás, una regla graduada y una hoja grande, de papel, vamos a construir nosotros mismos las órbitas de los planetas y a comprobar así gráficamente que esas trayectorias resultan tal como deben ser de acuerdo con las leyes de Kepler.

El movimiento de los planetas está gobernado por la fuerza de la gravitación. Estudiemos esto. El circulito de la derecha en la figura 87 representa un Sol imaginario; a la izquierda de él está un planeta también imaginario. La distancia entre ambos, que suponemos de 1.000.000 km, está representada en el dibujo por 5 cm; la escala es, pues, de 200 000 km por 1 cm.

La flecha de 0.5 cm de longitud representa la fuerza con que nuestro planeta es atraído por el Sol (figura 87). Supongamos que bajo la acción de esta fuerza el planeta se acerca al Sol y se encuentra a una distancia de él de 900.000 km, es decir, de 4.5 cm en nuestro dibujo. La atracción del planeta por el Sol se intensifica entonces, de acuerdo con las leyes de la gravitación,

$$\left(\frac{10}{9}\right)^2$$

o sea, 1.2 veces. Si antes la atracción se representaba con una flecha de 1 unidad de longitud, ahora deberá darse a la flecha una longitud de 1.2 unidades. Cuando la distancia disminuye a 800.000 km, es decir, a 4 cm en nuestro dibujo, la fuerza de la atracción crece a

$$(5/4)^2$$

es decir, 1.6 veces y se representa con una flecha de 1.6 unidades. Para posteriores aproximaciones del planeta al Sol, hasta las distancias de 700, 600 y 500 mil kilómetros, la fuerza de atracción se representará respectivamente con flechas de 2, de 2.8 y de 4 unidades de longitud.

Se puede suponer que las flechas representan no sólo las fuerzas de atracción, sino también los desplazamientos que el cuerpo sufre bajo la influencia de estas fuerzas en la unidad de tiempo (en este caso los desplazamientos son proporcionales a las aceleraciones y, por consiguiente, también a las fuerzas). En nuestras construcciones posteriores vamos a utilizar este esquema como patrón de los desplazamientos del planeta.

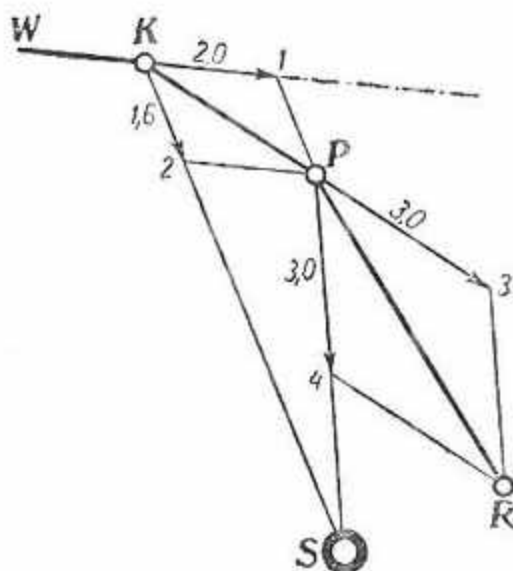


Figura 88. Cómo el Sol S hace que sea curvo el camino WKPR del planeta

Procedamos ahora a la construcción de la trayectoria de un planeta que gira alrededor del Sol. Supongamos que se trata de un planeta de la misma masa que el anteriormente considerado, que se mueve en la dirección WK con velocidad de 2 unidades de longitud y se encuentra en el punto K, a 800 000 km de distancia del Sol (figura 88). A esta distancia la atracción del Sol actuará sobre el planeta con una fuerza tal, que lo obligará a desplazarse en una unidad de tiempo en dirección al Sol 1.6 unidades de longitud; en el mismo espacio de tiempo el planeta se adelanta 2 unidades en la dirección original WK. Como resultado de ambos movimientos se desplazará según la diagonal KP del paralelogramo construido con los desplazamientos KI y K2, diagonal que es igual a 3 unidades de longitud (figura 88). Encontrándose en el punto P, el planeta tratará de moverse más lejos en la dirección KP con una velocidad de 3 unidades.

Pero al mismo tiempo, por efecto de la atracción del Sol a la distancia SP = 5.8, deberá efectuar en la dirección SP el camino P4 = 3. Como resultado, recorre la diagonal PR del paralelogramo.

No nos detendremos en llevar más adelante la construcción en el mismo dibujo: la escala es demasiado grande. Se comprende que cuanto menor es la escala, tanto mayor es la parte de la trayectoria del planeta que puede representarse en el esquema y tanto menor la brusquedad de los ángulos que alteran el parecido de nuestro esquema con la trayectoria

real del planeta. En la figura 89 está hecho el mismo esquema, con una escala mucho menor, para el caso imaginario del encuentro del Sol con un cuerpo celeste de masa igual a la del planeta antes considerado. Se ve claramente que el Sol desvía al planeta extraño de su trayectoria inicial y lo obliga a seguir la curva $P-1-11-111-IV-V$. Los ángulos de la trayectoria construida aquí no son tan bruscos y las posiciones sucesivas del planeta no son tan difíciles de unir con una línea curva suave.

¿Que curva es ésta? A contestar esta pregunta nos ayuda la geometría. Pongamos sobre el dibujo (figura 89) una hoja de papel transparente y calquemos en ella seis puntos arbitrariamente elegidos del camino del planeta.

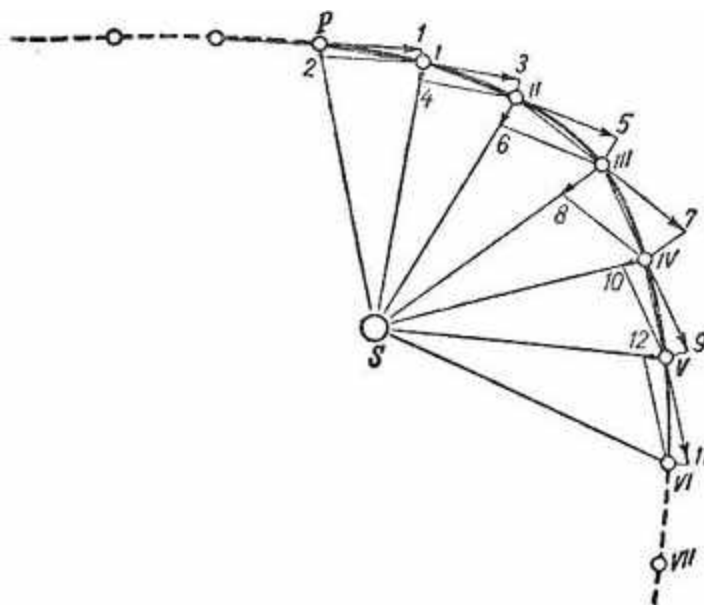


Figura 89. El Sol desvía al planeta P de su trayectoria recta original y lo obliga a describir una línea curva

Numeramos los seis puntos elegidos (figura 90) en cualquier orden y los unimos entre sí en ese mismo orden con segmentos rectos. Nos resultará una figura hexagonal inscrita en el camino del planeta, algunos de cuyos lados se cruzan.

Prolonguemos ahora la recta 1-2 hasta la intersección con la línea 4-5 en el punto 1. Del mismo modo, tendremos el punto 11 en la intersección de las rectas 2-3 y 5-6, y después el punto 111 en las intersecciones 3-4 y 1-6. Si la curva examinada es una de las llamadas "secciones cónicas", es decir, una elipse, una parábola o una hipérbola, los tres puntos 1, 11 y 111 deben estar en línea recta. Este teorema geométrico se denomina "hexágono de Pascal".

Con una ejecución cuidadosa del dibujo, los puntos de intersección indicados quedan siempre en línea recta. Esto demuestra que la curva examinada es una elipse, una parábola o una hipérbola. La curva de la figura 89, evidentemente, no puede ser una elipse (la curva no es cerrada), y esto quiere decir que el planeta se movería en tal caso por una parábola o por una hipérbola. La relación entre la velocidad inicial y la fuerza de la atracción es tal que el Sol sólo desvía al planeta de su trayectoria en línea recta, pero no es capaz de hacerlo girar a su alrededor, de "prenderlo", como dicen los astrónomos.

Intentemos ahora aclarar por un procedimiento similar la segunda ley del movimiento de los planetas, la llamada ley de las áreas. Examinemos atentamente la figura 21. Doce puntos marcados en ella la dividen en doce partes; no son iguales en longitud, pero ya sabemos que el planeta las recorre en tiempos iguales.

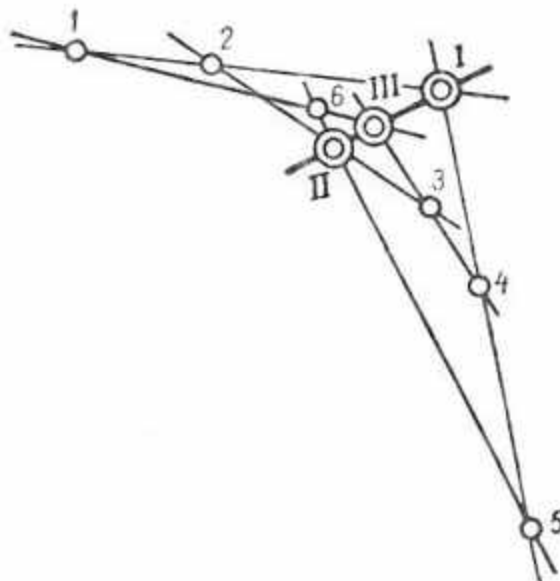


Figura 90. Demostración geométrica de que los planetas se mueven alrededor del Sol, siguiendo una sección cónica. (Detalles en el texto)

Uniendo los puntos 1, 2, 3, etc. con el Sol, se obtienen 12 figuras cuyas superficies son aproximadamente iguales a las de los triángulos que resultan si se unen esos puntos con cuerdas. Midiendo las bases y las alturas, calcule usted las áreas. Comprobará que todos los triángulos tienen la misma área. En otras palabras, ha verificado usted la segunda ley de Kepler:

"Los radios vectores de las órbitas de los planetas barren áreas iguales en períodos de tiempo iguales."

Así, pues, el compás, hasta cierto punto, ayuda a comprender las dos primeras leyes de los movimientos de los planetas. Para aclarar la tercera ley cambiemos el compás por la pluma y efectuemos algunos ejercicios numérico; .

[Volver](#)

La caída de los planetas en el Sol

¿Se ha puesto a pensar alguna vez en lo que sucedería con nuestra Tierra si al encontrarse con un obstáculo repentinamente se detuviera en su camino alrededor del Sol?

Ante todo, naturalmente, la gigantesca reserva de energía latente en nuestro planeta como cuerpo en movimiento se transformaría en calor y encendería el globo terrestre.

La Tierra corre por su órbita decenas de veces más veloz que una bala, y no es difícil calcular que la transformación de la energía de este movimiento en calor produciría una extraordinaria elevación de temperatura que instantáneamente transformaría nuestro mundo en una nube gigantesca de gases incandescentes...

Pero aun si la Tierra en su detención brusca escapara a este destino, estaría igualmente condenada a una catástrofe ígnea; atraída por el Sol, se dirigiría hacia él con una velocidad creciente y perecería en un abrazo de fuego.

Esta fatal caída empezaría lentamente, con velocidad de tortuga; en el primer segundo la Tierra se aproximaría al Sol sólo 3 mm. Pero, en cada segundo, la velocidad crecería progresivamente y alcanzaría en el último segundo 600 km. Con esta inconcebible velocidad se precipitaría el globo terrestre sobre la superficie incandescente del Sol.

Es interesante calcular cuánto tiempo duraría este vuelo fatal. ¿Se prolongaría mucho la agonía de nuestro mundo? A hacer este cálculo nos ayuda la tercera ley de Kepler, la cual se refiere al movimiento no sólo de los planetas, sino también de los cometas y de todos los cuerpos celestes que se mueven en el espacio sometidos a la gravitación universal. Esta ley relaciona el período de revolución de un planeta (su "año") con su distancia al Sol, y dice

"Los cuadrados de los períodos de revolución de los planetas se relacionan entre sí como los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas."

En nuestro caso podemos comparar el globo terrestre volando en línea recta hacia el Sol con un cometa imaginario que se mueve por efecto de la gravitación según una elipse ceñida y muy aplastada, cuyos puntos extremos están situados: uno, en la órbita de la Tierra, y el otro, en el centro del Sol. El semieje mayor de la órbita de este cometa, evidentemente, es igual a la mitad del semieje mayor de la órbita de la Tierra. Calculemos cuál debe ser el período de revolución de este cometa imaginario.

Formemos la proporción, basados en la tercera ley de Kepler

$$\frac{(\text{período de revolución de la tierra})^2}{(\text{período de revolución del cometa})^2} = \frac{(\text{semieje mayor de la órbita de la Tierra})^3}{(\text{semieje mayor de la órbita del cometa})^3}$$

El período de revolución de la Tierra es igual a 365 días; tomemos como unidad el semieje mayor de su órbita y entonces el semieje mayor de la órbita del cometa será igual a 0,5. Nuestra proporción toma ahora la siguiente forma:

$$\frac{365^2}{(\text{período de revolución del cometa})^2} = \frac{1}{0.5^3}$$

de donde

$$(\text{período de revolución del cometa})^2 = 365^2 / 8$$

Por consiguiente,

$$\text{el período de revolución del cometa} = 365 / (2\sqrt{2})$$

Nos interesa propiamente no el período entero de revolución de este cometa imaginario, sino la mitad de su período, es decir, la duración del vuelo en un sentido: de la órbita de la Tierra hasta el Sol. Éste será el tiempo de duración de la caída de la Tierra en el Sol que busquemos. Calculemoslo

$$\frac{365}{\sqrt{8}} : 2 = \frac{365}{2\sqrt{8}} = \frac{365}{\sqrt{32}} = \frac{365}{5.65}$$

Por lo tanto, para saber en cuánto tiempo la Tierra caería en el Sol es necesario dividir la duración del año por $\sqrt{32}$, o sea, por 5.65. Esto da, en números redondos, 65 días. Así, pues, hemos calculado que la Tierra, súbitamente detenida en su movimiento por su órbita, caería en el Sol al cabo de algo más de dos meses.

Es fácil comprender que la sencilla fórmula obtenida más arriba, basándonos en la tercera ley de Kepler, es aplicable no solamente a la Tierra, sino a cualquier otro planeta y aun a cada uno de los satélites. En otras palabras, que para saber en cuánto tiempo un planeta o un satélite caería sobre su astro central es necesario dividir su período de revolución por $\sqrt[3]{32}$, o sea, por 5.65.

Así, por ejemplo, Mercurio, el planeta más próximo al Sol caería en el Sol en 15½ días. Neptuno, cuyo "año" es igual a 165 años terrestres, caería en el Sol en 29 años, y Plutón, en 44 años.

¿En cuánto tiempo caería sobre la Tierra la Luna si bruscamente detuviera su carrera?

Dividamos el tiempo de revolución de la Luna, 27.3 días, por 5.6, y nos da, casi exactamente, 5 días. Y no sólo la Luna, sino cualquier otro cuerpo que se encontrara a la misma distancia de nosotros que la Luna caería en la Tierra al cabo de 5 días, siempre que no poseyera ninguna velocidad inicial y estuviera sometido sólo a la influencia de la atracción terrestre (despreciamos la influencia del Sol, para simplificar). Utilizando la misma fórmula, es fácil calcular el tiempo que duraría el viaje a la Luna de que habla Julio Verne en su novela *De la Tierra a la Luna*⁴.

[Volver](#)

El yunque de Vulcano

La fórmula indicada nos permitirá resolver un curioso problema mitológico : El antiguo mito griego de Vulcano nos cuenta que dicho dios dejó caer cierta vez su yunque y que éste cayó desde el cielo durante 9 días seguidos antes de llegar a la Tierra. A juicio de los griegos, este plazo correspondía a la gran altura del cielo en que moraban sus dioses; pues de la cúspide de la pirámide de Cheops, el yunque habría caído a la Tierra en sólo 5 segundos.

Es fácil ver, sin embargo, que el espacio celeste de los antiguos griegos, si se le mide de acuerdo con ese dato, era un tanto reducido en comparación con los conocimientos actuales. Sabemos que la Luna caería en la Tierra al cabo de 5 días y que el yunque mítico cayó en 9 días. Esto quiere decir que el "cielo" desde el cual cayó el yunque se encuentra más allá de la órbita de la Luna. ¿Estará muy lejos? Si multiplicamos 9 días por $\sqrt[3]{32}$, sabremos el período de tiempo en que el yunque daría una vuelta alrededor del globo terrestre, como si fuera un satélite de nuestro planeta: $9 \times 5.6 = 51$ días.

Apliquemos ahora a la Luna y a nuestro yunque-satélite imaginario la tercera ley de Kepler. Planteemos la proporción:

$$\frac{(\text{período de revolución de la Luna})^2}{(\text{período de revolución del yunque})^2} = \frac{(\text{distancia de la Luna})^3}{(\text{distancia del yunque})^3}$$

Sustituyendo por los valores correspondientes, tenemos

$$\frac{(27.3)^2}{(51)^2} = \frac{(380.000)^3}{(\text{distancia del yunque})^3}$$

En donde es fácil calcular la distancia desconocida del yunque a la Tierra:

$$\text{distancia del yunque} = \sqrt[3]{\frac{51^2 \times 380.000^3}{27.3^2}} = 380.000 \sqrt[3]{\frac{51^2}{27.3^2}}$$

El cálculo, da el siguiente resultado: 580 000 km.

⁴ Los cálculos están en mi libro Viajes interplanetarios.

Vemos, pues, cuán pequeña sería, a juicio de un astrónomo contemporáneo, la distancia a que se encontraba el cielo de los antiguos griegos: en total, una vez y media la distancia que nos separa de la Luna. El mundo de los antiguos terminaba donde, según las ideas actuales; apenas si empieza.

[Volver](#)

Los límites del sistema solar

La tercera ley de Kepler da también la posibilidad de calcular a qué distancia está la frontera de nuestro sistema solar, si se toman como límites de éste los puntos más alejados (afelios) de las órbitas de los cometas. Ya hemos hablado antes sobre esto; ahora haremos el cálculo correspondiente. En el capítulo Tercero hablamos de los cometas que tienen un período de revolución muy largo: 776 años. Calculemos la distancia x del afelio de uno de esos cometas, sabiendo que su distancia menor al Sol, el perihelio, es igual a 1800000 km. Tomemos en calidad de segundo astro a la Tierra y hagamos la siguiente proporción:

$$\frac{776^2}{1^2} = \frac{\left[\frac{1}{2}(x + 1.800.000)\right]^3}{150.000.000^3}$$

de donde

$$x + 1.800.000 = 2 \times 150.000.000 \times \sqrt[3]{776^2}$$

y por consiguiente

$$x = 25.318.000.000 \text{ km}$$

Vemos que el cometa alcanza una distancia 182 veces mayor que la de la Tierra -al Sol, o sea, que llega cuatro veces y media más lejos que el más' distante de los planetas conocidos por nosotros, que es Plutón.

[Volver](#)

Un error en una novela de Julio Verne

El cometa imaginario "Galia", en el que Julio Verne desarrolla la acción de su novela *Héctor Servadac*, da una vuelta completa alrededor del Sol exactamente en dos años. Otra indicación que se encuentra en la novela es la distancia del afelio de este cometa, 820 millones de kilómetros del Sol. Aunque la distancia del perihelio no se indica en la novela, con estos dos datos podemos afirmar que tal cometa no puede existir en nuestro sistema planetario. Esto lo prueba un sencillo cálculo hecho de acuerdo con la tercera ley de Kepler. Llamemos x a la distancia desconocida del perihelio en millones de km. El eje mayor de la órbita del cometa será $x + 820$ millones de km, y el semieje mayor

$$\frac{x + 820}{2}$$

millones de km. Comparando el período de revolución y la distancia del cometa con el período y la distancia de la Tierra, tenemos, de acuerdo con la ley de Kepler

$$\frac{2^2}{1^2} = \frac{(x + 820)^3}{2^3 \times 150^3}$$

de donde

$$x = - 343$$

Un resultado negativo para la magnitud de la menor distancia del cometa al Sol indica que hay alguna discordancia en los datos iniciales del problema. En otras palabras, un cometa con un período de revolución tan corto, 2 años, no podría, alejarse tanto del Sol como se indica en la novela de Julio Verne.

[Volver](#)

Cómo fue pesada la Tierra

Se cuenta humorísticamente el caso de un hombre ingenuo que se admiraba, más que de ningún otro conocimiento astronómico, de que los sabios supieran cómo se llaman las estrellas. Hablando en serio, la más sorprendente conquista de los astrónomos parecería ser que hayan podido pesar la Tierra y los lejanos astros del cielo. En realidad, ¿de qué manera, en qué balanza pesaron la Tierra y los demás astros?

Empecemos con el peso de la Tierra. Ante todo, digamos qué debe entenderse con la expresión "peso de la esfera terrestre". Llamamos peso de un cuerpo a la presión que ejerce sobre su apoyo o a la tensión que ejerce en el punto de que está suspendido. Pero ni uno ni otro de estos conceptos es aplicable al globo terrestre; la Tierra no se apoya en nada ni está suspendida de nada. Es tanto como decir que, en este sentido, la esfera terrestre no tiene peso. ¿Qué determinaron, pues, los hombres de ciencia "al pesar" la Tierra? Determinaron su masa. En realidad, cuando nosotros pedimos pesar en el almacén 1 kg de azúcar, en nada nos interesa la fuerza con que el azúcar presiona sobre el platillo o tira del resorte.

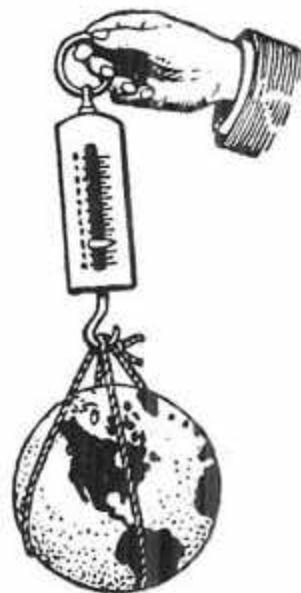


Figura 91. ¿En qué balanza se pudo pesar la Tierra?

Del azúcar nos interesa otra cosa: pensamos solamente en cuántos vasos de té podemos beber con ese azúcar; en otras palabras, nos interesa la cantidad de materia que contiene. Pero para medir la cantidad de materia hay un único procedimiento: determinar la fuerza con que el cuerpo es atraído por la Tierra. Aceptamos que pesos iguales corresponden a cantidades iguales de materia y juzgamos la masa de un cuerpo sólo por la fuerza con que es atraído, ya que la atracción es proporcional a la masa.

Volviendo al peso de la Tierra diremos qué se determina su "peso" cuando se logra conocer su masa es decir; el problema de la determinación del peso de la Tierra hay que entenderlo como el problema del cálculo de su masa.

Describamos uno de los procedimientos para resolverlo (método de Jolly, 1871). En la figura 92 se ve una balanza de platillos muy sensible, en la que, de cada uno de los extremos de la cruz, están colgados dos platillos livianos, uno superior y otro inferior. La distancia del superior al inferior es de 20 a 25 cm. En el platillo inferior derecho colocamos una carga esférica de masa m_1 . Para equilibrarla, en el platillo superior izquierdo colocamos una carga m_2 . Estas cargas no son iguales, ya que, encontrándose a distinta altura, son atraídas por la Tierra con distinta fuerza.

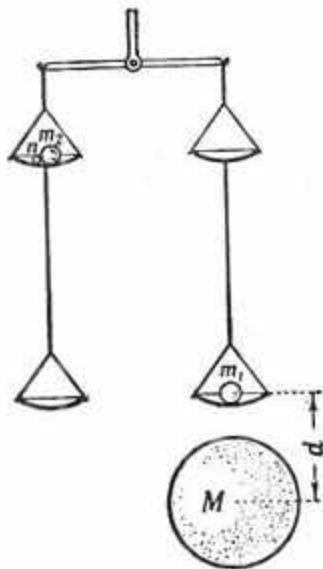


Figura 92. Uno de los procedimientos para la determinación de la masa de la Tierra: la balanza de Jolly

Si debajo del platillo inferior derecho colocamos una esfera grande de plomo de masa M , entonces el equilibrio de los pesos se altera, ya que la masa m , será atraída por la masa M de la esfera de plomo con la fuerza F proporcional al producto de estas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d que separa sus centros

$$F = k \frac{m_1 M}{d^2}$$

en donde k es la llamada constante de gravitación.

Para restablecer el equilibrio alterado, colocamos en el platillo superior izquierdo de la balanza una pequeña carga de masa n . La fuerza con que ella presiona sobre el platillo de la balanza, es igual a su peso, es decir, es igual a la fuerza de atracción que ejerce sobre esta carga la masa toda de la Tierra. Esta fuerza F' es igual a

$$F' = k \frac{n M_T}{R^2}$$

donde M_T es la masa de la Tierra y R su radio.

Despreciando la ínfima influencia que la presencia de la esfera de plomo ejerce sobre las cargas que se encuentran en el platillo superior izquierdo, podemos escribir la ecuación de equilibrio en la forma siguiente:

$$F = F' = \frac{m_1 M}{d^2} = \frac{n M_T}{R^2}$$

En esta relación todas las magnitudes, con excepción de la masa de la Tierra M_T pueden ser medidas. Esto permite determinar M_T . En una de las experiencias realizadas se tuvo:

$$M = 5775.2 \text{ kg}, \quad R = 6366 \text{ km}, \quad d = 56.86 \text{ cm} \quad m = 5.00 \text{ kg} \quad \text{y} \quad n = 589 \text{ mg}.$$

Y, finalmente, la masa de la Tierra resultó ser igual a 6.15×10^{27} g. La masa de la Tierra, según numerosos cálculos recientes, basados en un gran número de mediciones, es: $M_T = 5.974 \times 10^{27}$ g, es decir, cerca de 6000 trillones de toneladas. El error posible de estos cálculos no es mayor de 0.1 %.

Así determinaron los astrónomos la masa del globo terrestre. Tenemos pleno derecho a decir que pesaron la Tierra, pues cada vez que pesamos un cuerpo en la balanza de brazos, en realidad no determinamos su peso ni la fuerza con que es atraído por la Tierra, sino su masa: comprobamos solamente qué masa del cuerpo es igual a la masa de las pesas.

[Volver](#)

Cuál es la composición del interior de la Tierra

Aquí es oportuno señalar un error que se suele encontrar en libros y artículos de divulgación. Tratando de simplificar la cuestión, los autores exponen el problema del peso de la Tierra de este modo: los sabios determinaron el peso medio de 1 cm^3 de nuestro planeta (es decir, su peso específico) y, tras haber calculado geométricamente su volumen, determinaron el peso de la Tierra multiplicando su peso específico por su volumen. El camino indicado, sin embargo, es irrealizable no se puede medir directamente el peso específico de la Tierra, ya que solamente nos es accesible su parte externa, su envoltura superficial⁵, relativamente delgada, y nada sabemos de los materiales que constituyen la parte restante, mucho mayor, de su volumen.

Y sabemos que el problema se resolvió a la inversa: se determinó primero la masa del globo terrestre y luego su densidad media. Ésta resultó igual a 5.5 g por cm^3 , mucho mayor que la densidad media de las rocas que forman la corteza terrestre, lo cual prueba que en las profundidades del globo terrestre yacen materiales muy pesados. Basándose en un peso específico supuesto y en otros factores, antes se pensaba que el núcleo de nuestro planeta estaba constituido por hierro fuertemente condensado por la presión de la masa que está encima. Actualmente se supone que, en líneas generales, la parte central de la Tierra no se distingue por su composición de la corteza, pero que su densidad es mayor a consecuencia de la gigantesca presión que soporta.

[Volver](#)

El peso del Sol y el de la Luna

Aunque parezca extraño, el peso del lejano Sol resulta mucho más fácil de determinar que el de nuestra vecina la Luna. (Se entiende que la palabra "peso", en relación con estos astros, la tomamos en el mismo sentido convencional que para la Tierra: se trata de la determinación de la masa.)

La masa del Sol se determinó mediante el razonamiento siguiente. La experiencia prueba que 1 g atrae 1 g a la distancia de 1 cm con una fuerza igual a $1/15.000.000 \text{ mg}$

La atracción mutua f de los dos cuerpos de masa M y m a la distancia D , de acuerdo con la ley de la atracción universal, se expresa así

$$f = \frac{1}{15.000.000} \times \frac{Mm}{D^2} \text{ mg}$$

Si M es la masa del Sol (en gramos), m la masa de la Tierra, D , la distancia entre ambos, igual a 150.000.000 km, su atracción mutua en miligramos es igual a

⁵ Los minerales de la corteza terrestre han sido investigados sólo hasta una profundidad de 25 km; el cálculo indica que, en cuanto a la composición mineralógica, se ha estudiado solamente 1/83 del volumen del globo terrestre.

$$\frac{1}{15.000.000} \times \frac{Mm}{15.000.000.000.000^2} \text{ mg}^6$$

Por otra parte, esta fuerza de atracción es la fuerza centrípeta que mantiene a nuestro planeta en su órbita, la cual, de acuerdo con las reglas de la mecánica, es igual (también en miligramos) a $\frac{mV^2}{D}$ donde m es la masa de la Tierra (en gramos), V su velocidad circular (igual a 30 km/s = 3 000 000 cm/s) y D la distancia de la Tierra al Sol. Por consiguiente,

$$\frac{1}{15.000.000} \times \frac{Mm}{D^2} = m \times \frac{3.000.000^2}{D}$$

De esta ecuación resulta, para la incógnita M (expresada, como se dijo, en gramos:

$$M = 2 \times 10^{33} \text{ g} = 2 \times 10^{27} \text{ toneladas}$$

Dividiendo esta masa por la masa del globo terrestre, es decir, calculando

$$2 \times 10^{27} / 6 \times 10^{21} = 1.000.000/3$$

o sea, que la masa del Sol es unas 330.000 veces mayor que la de la Tierra.

Otro procedimiento para la determinación de la masa del Sol está basado en la utilización de la tercera ley de Kepler.

De la ley de la gravitación universal, se deduce la tercera ley en la forma siguiente

$$\frac{(M_s + m_1)T_1^2}{(M_s + m_2)T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

en donde M_s es la masa del Sol, T el período de revolución sinódica del planeta, a la distancia media del planeta al Sol y m la masa del planeta. Aplicando esta ley a la Tierra y a la Luna, tenemos

$$\frac{(M_s + m_L)T_T^2}{(m_T + m_L)T_L^2} = \frac{a_T^3}{a_L^3}$$

Sustituyendo a_T , a_L , T_T y T_L , por sus valores, deducidos de observaciones, y despreciando, para una primera aproximación en el numerador la masa de la Tierra (pequeña si se compara con la masa del Sol) y en el denominador la masa de la Luna. (pequeña comparada con la masa de la tierra), resulta ,

$$M_s / m_T = 330.000$$

Sabiendo la masa de la Tierra, deducimos la masa del Sol. Así, pues, el Sol es un tercio de un millón de veces más pesado que la Tierra. Es fácil calcular también la densidad media del globo solar: para esto basta dividir su masa por, su volumen. Resulta que la densidad del Sol es, aproximadamente, cuatro veces menor que la de la Tierra.

Por lo que se refiere a la masa de la Luna, como dijo un astrónomo, "aunque está tan cerca de nosotros, más que todos los demás cuerpos celestes, es más difícil pesarla que pesar a

⁶ Más exactamente, dinas; 1 dina = 0.98 mg.

Neptuno, el más alejado (entonces) de los planetas". La Luna no tiene satélite que ayude a calcular su masa, como acabamos de calcular la masa del Sol. Los hombres de ciencia tuvieron que acudir a otros métodos mucho más complejos, de los cuales citaremos uno solo. Se reduce a la comparación de la altura de las mareas producidas por el Sol con la de las mareas producidas por la Luna.

La altura de las mareas depende de la masa y de la distancia del cuerpo que las produce, y como la masa y la distancia del Sol son conocidas y la distancia de la Luna también, por la comparación de las alturas de las mareas se determina la masa de la Luna. Ya volveremos a este cálculo cuando hablemos de las mareas. Ahora damos solamente el resultado final.

La masa de la Luna es 1/81 de la masa de la Tierra (figura 93).

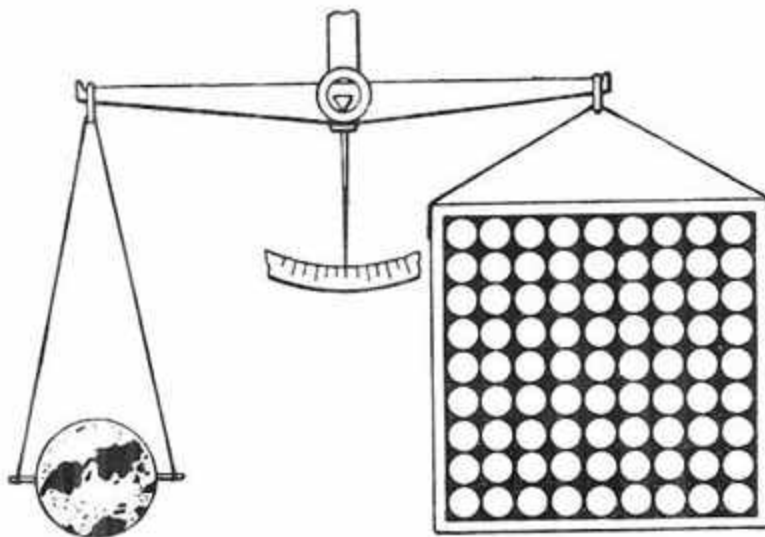


Figura 93. La Tierra "pesa" 81 veces más que la Luna

Sabiendo el diámetro de la Luna, calculamos su volumen: resulta ser 49 veces menor que el volumen de la Tierra.

De acuerdo con esto, la densidad media de nuestro satélite es $49/81 = 0.6$ de la densidad de la Tierra

Lo cual quiere decir que la Luna está constituida en conjunto por una materia más liviana que la de la Tierra, pero mucho más densa que la del Sol. Luego veremos que la densidad media de la Luna es superior a la densidad media de la mayoría de los planetas.

[Volver](#)

El peso y la densidad de los planetas y de las estrellas

El procedimiento seguido para determinar el "peso" del Sol es aplicable a la determinación del peso de cualquier planeta que tenga por lo menos un satélite.

Sabiendo la velocidad media v del movimiento del satélite por su órbita y su distancia media D al planeta, igualamos la fuerza centrípeta que mantiene al planeta en su órbita,

$$F = \frac{mv^2}{D}$$

con la fuerza de la atracción mutua del satélite y el planeta, es, decir

$$F = k \frac{mM}{D^2}$$

expresión en la que k es la fuerza de atracción de 1 g a 1 g a la distancia de 1 cm, m es la masa del satélite y M la masa del planeta:

$$\frac{mv^2}{D} = k \frac{mM}{D^2}$$

de donde

$$M = Dv^2$$

fórmula con la cual es fácil calcular la masa M del planeta.

La tercera ley de Kepler, aplica a este caso, nos da

$$\frac{(M_s + m_p)T_p^2}{(m_p + m_s)T_s^2} = \frac{a_p^3}{a_s^3}$$

Y de aquí, despreciando en los paréntesis los sumandos pequeños, sacamos la relación de la masa del Sol a la masa del planeta M_s / m_p . Conociendo la masa del Sol, se puede determinar fácilmente la masa del planeta.

Un cálculo semejante es aplicable a las estrellas dobles, con la única diferencia de que entonces, como resultado del cálculo, no se obtiene por separado la masa de cada estrella del par dado, sino la suma de sus masas.

Mucho más difícil es determinar la masa de los satélites de los planetas y, también, la masa de los planetas que no tienen satélites.

Por ejemplo, las masas de Mercurio y de Venus se calcularon partiendo de la influencia perturbadora que ejercen uno sobre otro, sobre la Tierra y sobre el movimiento de unos cometas.

Para los asteroides, cuyas masas son tan pequeñas que no ejercen unas sobre otras ninguna influencia perturbadora notable, el problema de la determinación de la masa, en general, está sin resolver. Sólo se conoce, y en forma problemática, el límite superior de la masa total de todos éstos minúsculos planetas.

Por la masa y el volumen de los planetas es fácil calcular su densidad media. Los resultados se dan en la tabla siguiente:

Densidad de la Tierra = 1			
Mercurio	1.00	Júpiter	0.24
Venus	0.92	Saturno	0.13
La Tierra	1.00	Urano	0.23
Marte	0.74	Neptuno	0.22

La tabla nos dice que la Tierra y Mercurio son los planetas más densos de nuestro sistema. Las reducidas densidades medias de los planetas mayores se explican porque el núcleo central sólido de cada planeta mayor está cubierto por una atmósfera gigantesca que es de masa pequeña, pero que aumenta mucho el volumen del planeta.

[Volver](#)

La gravedad en la Luna y en los planetas

Las personas poco conocedoras de la astronomía manifiestan a menudo asombro porque los hombres de ciencia que no han visitado la Luna y los planetas, hablan en tono seguro sobre la fuerza de la gravedad existente en sus superficies. Es muy fácil, no obstante, calcular

cuántos kilogramos deberá pesar una pesa transportada a otro astro. Para esto sólo se necesita conocer el radio y la masa del cuerpo celeste.

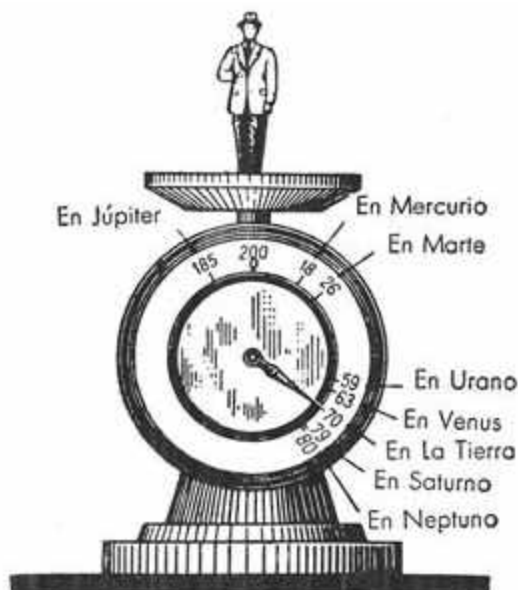


Figura 94. Lo que pesaría un hombre en los distintos planetas

Determinemos, por ejemplo, la intensidad de la gravedad en la Luna. La masa de la Luna, como sabemos, es 81 veces menor que la masa de la Tierra. Si la Tierra poseyera una masa tan pequeña, la tensión de la fuerza de la gravedad en su superficie sería 81 veces menor que la actual. Pero, de acuerdo con la ley de Newton, una esfera atrae como si toda su masa estuviera concentrada en su centro.

El centro de la Tierra dista de su superficie un radio terrestre; el centro de la Luna dista de su propia superficie un radio lunar. Pero el radio lunar constituye los 27/100 del terrestre, y por la disminución de la distancia 27/100 veces, la fuerza de atracción se aumenta $(100/27)^2$ veces. Esto significa, en resumen, que la fuerza de atracción en la superficie de la Luna es

$$\frac{100^2}{27^2 \times 81} \approx \frac{1}{6} \text{ de la terrestre}$$

Así, una pesa de 1 kg transportada a la superficie de la Luna no pesaría allí más que 1 de kg, pero, naturalmente, la

Así, una pesa de 1 kg transportada a la superficie de la Luna no pesaría allí más que 1/6 de kg, pero, naturalmente, la disminución del peso sólo podría ponerse de manifiesto mediante una balanza de resorte (figura 94), y no con una de brazos.

Una curiosidad interesante es que, si en la Luna hubiera agua, un nadador se sentiría en el agua de la Luna igual que en la Tierra. Su peso disminuiría seis veces. Pero como también disminuiría igual número de veces el peso del agua desplazada por él, la relación entre estos pesos sería la misma que en la Tierra y el nadador se sumergiría en el agua lunar lo mismo que en el agua terrestre.

En cambio, el esfuerzo para elevarse sobre el agua le daría en la Luna un resultado mucho mayor; como el peso del cuerpo del nadador disminuye, puede ser levantado con un menor esfuerzo de los músculos.

A continuación se da una tabla del valor de la gravedad en los distintos planetas, en comparación con la Tierra.

Mercurio	0.26	Saturno	1.13
Venus	0.90	Urano	9.85
Tierra	1.00	Neptuno	1.14
Marte	0.37	Plutón	¿
Júpiter	2.64		

Como indica la tabla, la Tierra ocupa en lo tocante a gravedad el cuarto lugar en el sistema solar, después de Júpiter, Neptuno y Saturno⁷.

[Volver](#)

Gravedad "record"

La gravedad alcanza su mayor valor en la superficie de aquellos "enanos blancos", del tipo de Sirio B, de que hablamos en el capítulo IV. Se comprende fácilmente que la gigantesca masa de estos astros, en relación con su pequeño radio, debe determinar una fuerza de atracción sumamente intensa en sus superficies. Hagamos el cálculo para la estrella de la constelación de Casiopea cuya masa es 2.8 veces mayor que la masa de nuestro Sol y cuyo radio es dos veces menor que el radio de la Tierra. Recordando que la masa del Sol es 330000 veces mayor que la de la Tierra, deducimos que la fuerza de la gravedad en la superficie de la estrella mencionada supera la de la Tierra en

$$2.8 \times 330.000 \times 2^2 = 3.700.000 \text{ veces.}$$

1 cm³ de agua, que pesa en la Tierra 1 g, pesaría en la superficie de esta estrella casi 3¾ toneladas (!); 1 cm³ de materia de la misma estrella (que es 36.000.000 de veces más densa que el agua) debe tener, en ese asombroso mundo, el peso excepcional de

$$3.700.000 \times 36.000.000 = 133.200.000.000.000 \text{ g.}$$

Un dedal de materia que pesa cien millones de toneladas; he aquí una curiosidad sobre cuya existencia en el universo no pensaban hasta hace poco ni los más audaces fantaseadores.

[Volver](#)

La gravedad en el interior de los planetas

¿Cómo variaría el peso de un cuerpo si fuera transportado a las profundidades de un planeta, por ejemplo, al fondo de una mina de extraordinaria profundidad?



Figura 95. Un cuerpo que se halle dentro de una envoltura esférica,

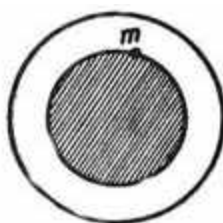


Figura 96. ¿De qué depende el peso del cuerpo en el interior del

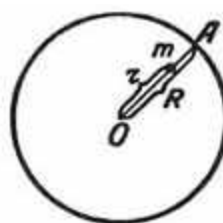


Figura 97. Cálculo de la variación del peso de un cuerpo

⁷ Quien desee conocer más detalladamente las manifestaciones de la gravitación en el universo, encontrará muchas informaciones valiosas en el libro, escrito en un lenguaje al alcance de todos, del profesor K. L. Baev La gravitación universal, 1936.

*no tiene peso**planeta?**como consecuencia
de su acercamiento
al centro del
planeta*

Muchos creen erróneamente que en el fondo de esta mina el cuerpo debería hacerse más pesado, pues está más cerca del centro del planeta, es decir, del punto hacia el cual son atraídos todos los cuerpos. Este razonamiento, sin embargo, no es correcto: la fuerza de atracción hacia el centro del planeta no crece con la profundidad, sino que, a la inversa, disminuye. Una explicación de esto, al alcance de todos, podrá encontrarla el lector en mi *Física recreativa*. Para no repetir lo allí dicho, me limitaré a indicar lo que sigue.

En mecánica se demuestra que un cuerpo situado en la cavidad de una envoltura esférica homogénea está totalmente desprovisto de peso (figura 95). De donde se deduce que un cuerpo que se encuentra dentro de una esfera maciza y homogénea, está sólo sujeto a la atracción de la parte de materia comprendida en la esfera de radio igual a la distancia del cuerpo al centro (figura 96).

Apoyándose en esto, es fácil deducir la ley según la cual varía el peso de un cuerpo a medida que se aproxima al centro del planeta. Llamemos R al radio del planeta (figura 97); y r a la distancia del cuerpo al centro del planeta. La fuerza de atracción del cuerpo en este punto deberá crecer

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 \text{ veces}$$

y al mismo tiempo disminuir $\left(\frac{R}{r}\right)^3$ veces, ya que la parte del planeta que ejerce atracción

disminuye este número de veces (R), es decir, r veces. En conclusión, la fuerza de atracción deberá disminuir

$$\left(\frac{R}{r}\right)^3 : \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

es decir, $\frac{R}{r}$ veces

Esto significa que en el interior de los planetas el peso de un cuerpo debe disminuir tantas veces cuantas disminuya su distancia al centro. Para un planeta de las dimensiones de la Tierra, que tiene un radio de 6400 km, un descenso de 3200 km debe acompañarse de una reducción del peso a la mitad; un descenso de 5600 km, de una reducción del peso igual a

$$6.400/(6.400-5.000)$$

es decir, ocho veces.

En el centro mismo del planeta, el cuerpo debería perder su peso por completo, ya que

$$6.400/(6.400-6.400) = 0$$

Por otra parte, este resultado era de prever sin necesidad de cálculo, puesto que en el centro del planeta el cuerpo es atraído en todos los sentidos con la misma fuerza por la materia que lo rodea.

Los razonamientos anteriores se refieren a un planeta imaginario homogéneo en cuanto a densidad. A los planetas verdaderos sólo pueden aplicarse con reservas. En particular, para el globo terrestre, cuya densidad en las capas profundas es mayor que cerca de la superficie, la ley de la variación de la gravedad con la aproximación al centro se aparta algo de lo que acabamos de decir: hasta cierta profundidad (relativamente no muy grande), la atracción crece, y sólo para las profundidades siguientes empieza a disminuir.

[Volver](#)

El problema del barco

Pregunta

¿Cuándo pesa menos un barco, en una noche con Luna o en una noche sin Luna?

Solución

El problema es más complejo de lo que parece. No se puede contestar inmediatamente que en una noche con Luna el barco, como todos los objetos que se hallan en la mitad del globo terrestre iluminada por ella, debe ser menos pesado que en una noche sin Luna porque la "Luna lo atrae". Pues, al mismo tiempo que al barco, la Luna atrae también a toda la Tierra. En el vacío, todos los cuerpos sometidos a la gravitación se mueven con la misma velocidad; la Tierra y el barco reciben por efecto de la atracción de la Luna aceleraciones iguales, y no debería manifestarse una disminución del peso del barco. Y, sin embargo, el barco iluminado por la Luna es más liviano que en una noche sin Luna.

Expliquemos por qué. Sea O (figura 98) el centro del globo terrestre, A y B el barco en puntos diametralmente opuestos de la esfera, r el radio de la esfera y D la distancia del centro L de la Luna al centro O del globo terrestre.

Llamaremos M a la masa de la Luna y m a la del barco. Para simplificar el cálculo, tomemos los puntos A y B de modo que la Luna se encuentre para ellos, respectivamente, en el cenit y en el nadir.



Figura 98. El efecto de la atracción lunar sobre las partículas del globo terrestre

La fuerza con que la Luna atrae al barco en el punto A (es decir, en una noche con Luna) es igual a

$$F = k \frac{mM}{(D-r)^2}$$

donde $k = 1/15.000.000$

En el punto B en una noche sin Luna), el mismo barco es atraído por la Luna con la fuerza

$$F = k \frac{mM}{(D+r)^2}$$

la diferencia de ambas atracciones es igual a

$$kMm \times \frac{4r}{D^3 \left[1 - \left(\frac{r}{D} \right)^2 \right]^2}$$

Como $(r / D)^2 = (1 / 60)^2$ es una magnitud muy pequeña, se puede despreciar. De este modo, la expresión se simplifica mucho y toma la forma

$$kMm \times \frac{4r}{D^3}$$

que transformamos así

$$\frac{kMm}{D^2} \times \frac{4r}{D} = \frac{kMm}{D^2} \times \frac{1}{15}$$

¿Qué representa $\frac{kMm}{D^2}$?

Se comprende fácilmente que es la fuerza con que la Luna atrae al barco a la distancia D de su centro.

En la superficie de la Luna, el barco cuya masa es igual a m pesa $m/6$

A la distancia D de la Luna es atraído por ésta con la fuerza $m / 6D^2$. Como $D = 220$ radios lunares, se tiene que

$$\frac{kMm}{D^2} = \frac{m}{6 \times 220^2} \approx \frac{m}{300.000}$$

Volviendo ahora al cálculo de la diferencia de las atracciones, tenemos

$$\frac{kMm}{D^2} \times \frac{m}{15} \approx \frac{1}{300.000} \times \frac{m}{4.500.000}$$

Si el peso del barco es de 45 000 toneladas, la diferencia entre el peso de una noche con Luna y el de una noche sin Luna es igual a

$$45.000.000 / 4.500.000 = 10 \text{ kg}$$

Resulta, pues, que en una noche con Luna el barco pesa menos que en una noche sin Luna, aunque una cantidad insignificante.

[Volver](#)

Las mareas lunares y solares

El problema que acabamos de examinar nos ayuda a comprender la causa fundamental de las mareas. No se debe pensar que la ola de la marea se eleva simplemente porque la Luna o el Sol atraen directamente al agua. Ya hemos explicado que la Luna atrae no sólo lo que se encuentra sobre la superficie de la Tierra, sino toda la esfera terrestre. Lo cierto es, sin embargo, que el astro que ejerce la atracción está más lejos del centro de la Tierra que de las partículas de agua que se hallan en la cara de la Tierra que mira hacia la Luna. La diferencia entre las fuerzas de atracción se calcula del mismo modo que calculamos antes la

diferencia entre las fuerzas de atracción en el caso del barco. En un punto en cuyo cenit está la Luna.

Cada kilogramo de agua es atraído por ella con $\frac{2kMr}{D^3}$ mas fuerza que un kilogramo de materia en el centro de la Tierra, y el agua situada en un punto diametralmente opuesto de la Tierra, con tanta menos fuerza.

Como consecuencia de esta diferencia el agua se eleva en ambos casos sobre la superficie sólida de la Tierra: en el primero, porque el agua se desplaza más hacia la Luna que la parte sólida del globo terrestre; en el segundo, porque la parte sólida de la Tierra se desplaza hacia la Luna más que el agua⁸.

Una acción parecida ejerce también sobre el agua del océano la atracción del Sol. Pero ¿cuál de las acciones es más fuerte: la del Sol o la de la Luna? Si se comparan sus atracciones por separado resulta que la acción del Sol es más fuerte. En efecto, la masa del Sol es 330 000 veces mayor que la masa de la Tierra; la masa de la Luna es 81 veces menor, o sea, es menor que la solar $330\,000 \times 81$ veces. La distancia del Sol a la Tierra es igual a 23400 radios terrestres, y la de la Luna a la Tierra, a 60 radios terrestres. Esto quiere decir que la atracción que sobre la Tierra ejerce el Sol con respecto a la atracción que ejerce la Luna es igual a

$$\frac{330.000 \times 81}{23.400^2} : \frac{1}{60^2} \approx 170$$

Así pues, el Sol atrae todos los objetos terrestres con fuerza 170 veces mayor que la Luna. Se podría pensar por esto que las mareas solares son más altas que las lunares. En realidad, sin embargo, se observa lo contrario: las mareas lunares son mayores que las solares. Esto concuerda totalmente con el cálculo si se aplica la fórmula

$$\frac{2kMr}{D^3}$$

Si llamamos M_S a la masa del Sol, M_L a la masa de la Luna, D_S a la distancia del Sol y D_L a la de la Luna, la relación entre las fuerzas del Sol y de la Luna que engendran las mareas será

$$\frac{2kM_S r}{D_S^3} : \frac{2kM_L r}{D_L^3} = \frac{M_S}{M_L} \times \frac{D_L^3}{D_S^3}$$

Supongamos conocida la masa de la Luna, e igual a 1/80 de la masa de la Tierra. Sabiendo que el Sol está 400 veces más lejos que la Luna tenemos:

$$\frac{M_S}{M_L} \times \frac{D_L^3}{D_S^3} = 330.000 \times 81 \times \frac{1}{400^3} = 0.42$$

Lo cual significa que las mareas producidas por el Sol deben ser aproximadamente 21 veces más bajas que las lunares.

⁸ Aquí se indica solamente la causa fundamental del flujo y el reflujo; en conjunto el fenómeno es más complejo, pues está condicionado también por otras causas (efecto centrífugo de la rotación del globo alrededor del centro común de las masas de la Tierra y la Luna, etc.).

Es oportuno exponer aquí la forma en que, por comparación de las alturas de las mareas lunares y solares, fue determinada la masa de la Luna. Observar separadamente la altura de unas y otras mareas no es posible; el Sol y la Luna siempre actúan en conjunto. Pero se puede medir la altura de las mareas cuando las acciones de ambos astros se suman (es decir, cuando la Luna y el Sol están colocados en línea recta con la Tierra) y cuando dichas acciones se oponen (la recta que une al Sol con la Tierra es perpendicular a la recta que une a la Luna con la Tierra). Las observaciones mostraron que en el segundo caso las mareas son de altura igual a 0.42 de las primeras. Si la fuerza de la Luna que engendra las mareas es igual a x , y la del Sol a y , tenemos que

$$(x + y) : (x - y) = 100 : 42$$

de donde

$$x : y = 71 : 29$$

Como la masa del Sol $M_S = 330.000 M_T$ (M_T es la masa de la Tierra), de la última anterior se deduce fácilmente que la masa de la Luna es $1 / 80$ de la masa de la Tierra.

[Volver](#)

La Luna y el estado del tiempo

Muchas personas se interesan por el problema de saber cuál es la influencia que sobre la presión atmosférica pueden ejercer las mareas producidas por la Luna en el océano aéreo de nuestro planeta. El problema tiene una larga historia. Las mareas de la atmósfera terrestre fueron descubiertas por el gran sabio ruso N. V. Lomonosov, que las llamó "olas aéreas". Se han ocupado de estas olas muchos hombres de ciencia; sin embargo; sobre el papel que desempeñan las mareas aéreas existen ideas erróneas muy extendidas. Los no especializados creen que en la ligera y móvil atmósfera de la Tierra, la Luna provoca gigantescas olas de marea, que cambian sensiblemente la presión de la atmósfera y que, por tanto, deben tener un efecto decisivo en meteorología.

Esta opinión es completamente errónea. Se puede demostrar teóricamente que la altura de la marea atmosférica no supera la altura de la marea en medio del océano. Esta afirmación resulta desconcertante, pues si el aire, incluso en las capas inferiores más densas, es casi mil veces más ligero que el agua, cómo es posible que la atracción lunar no lo levante a una altura mil veces mayor? Sin embargo, esto no es más paradójico que las velocidades iguales con que caen en el vacío los cuerpos de pesos diferentes.

Recordemos el experimento que se hace en las escuelas con el tubo vacío, dentro del cual una bolita de plomo cae al mismo tiempo que una pluma. El fenómeno de la marea, en fin de cuentas, viene, a ser como una caída en el espacio universal del globo terrestre y sus envolturas más livianas por efecto de la gravitación de la Luna (y del Sol). En el vacío sideral todos los cuerpos, los pesados y los ligeros, caen con la misma velocidad, reciben de la fuerza de gravitación la misma aceleración, si sus distancias al centro de atracción son iguales.

Lo dicho nos lleva a pensar que la altura de las mareas atmosféricas deberá ser la misma que la de las mareas oceánicas lejos de las costas. En realidad si reparamos en la fórmula que sirve para calcular la altura de las mareas, vemos que en ella figuran solamente las masas de la Luna y de la Tierra, el radio del globo terrestre y las distancias de la Tierra y de la Luna. Ni la densidad del líquido que se levanta ni la profundidad del océano entran en esta fórmula. Si remplazamos el océano de agua por el aire, no alteramos el resultado del cálculo y tenemos para la marea atmosférica la misma altura que para la marea oceánica. Sin embargo, esta última es insignificante. La altura teórica de la mayor marea en mar abierto es de alrededor de medio metro, y sólo la configuración de las costas y del fondo, estrechando la ola de la marea, la levantan en algunos puntos aislados hasta diez metros o

más. Hay aparatos muy interesantes para la predicción de la altura de la marea, en un sitio dado y en cualquier momento, por las posiciones del Sol y de la Luna.

En el inmenso océano del aire nada puede alterar el cuadro teórico de la marea lunar y cambiar su máxima altura teórica, que es de medio metro. Una elevación tan pequeña sólo puede ejercer en la magnitud de la presión atmosférica una influencia muy poco importante.

Laplace, que se ocupó de la teoría de las mareas aéreas, llegó a la conclusión de que las oscilaciones de la presión atmosférica a ellas debidas no deben ser mayores de 0.6 mm en la columna de mercurio, y que el viento producido por las mareas atmosféricas puede alcanzar una velocidad no mayor de 7.5 cm/s.

Resulta evidente que las mareas aéreas no pueden desempeñar ningún papel importante como factores del clima.

Estos razonamientos muestran cuán sin fundamento son los intentos de los diversos "profetas de la Luna" de predecir el tiempo por la posición de nuestro satélite en el cielo.

[Volver](#)

