

Ing. Andrea del Pilar Rueda

Director: Eduardo Romero, Ph.D.

Grupo de Investigación BioIngenium, Universidad Nacional de Colombia

adruedao@unal.edu.co

edromero@unal.edu.co

Resumen

Se presenta la formulación de dos métodos para deformación de superficies 3D con preservación de áreas y longitudes, y los resultados parciales obtenidos en la implementación.

Introducción

La visualización y análisis de las características funcionales y anatómicas de algunas estructuras puede facilitarse mediante modelos 3D obtenidos por segmentación a partir de imágenes de tomografía computarizada o resonancia magnética. La determinación de longitudes y áreas en estas superficies se dificulta debido a la intrincada geometría de algunas estructuras anatómicas, como la corteza cerebral, órganos huecos como el colon, etc. Sin embargo, algunas de estas aplicaciones morfométricas pueden simplificarse si las mediciones se realizan sobre otra superficie más suave con una topología similar y que conserve en mayor grado las áreas y longitudes.

Exploración Inicial

Las técnicas de mapeo de superficies buscan proyectar todos los puntos de la superficie 3D en otra de geometría más simple y con las mismas características topológicas, como una esfera. Una de ellas, planteada por Fischl *et al.* [1], actualiza de forma iterativa la posición de cada uno de los vértices en la malla de triangulación de acuerdo a fuerzas de suavizado y radiales (Figura 1). Este método introduce distorsiones significativas en las áreas y longitudes (Figura 2).

$$x_k(t+1) = x_k(t) + F_S(t) + \lambda_R F_R(t)$$

$$F_S = \frac{1}{N_k} \sum_{j \in N_k} (x_j - x_k) - \frac{1}{V} \sum_i \sum_{j \in N_i} (\mathbf{n}_i \mathbf{n}'_i) \cdot (x_j - x_i)$$

$$F_R = (R_k - x_k)$$

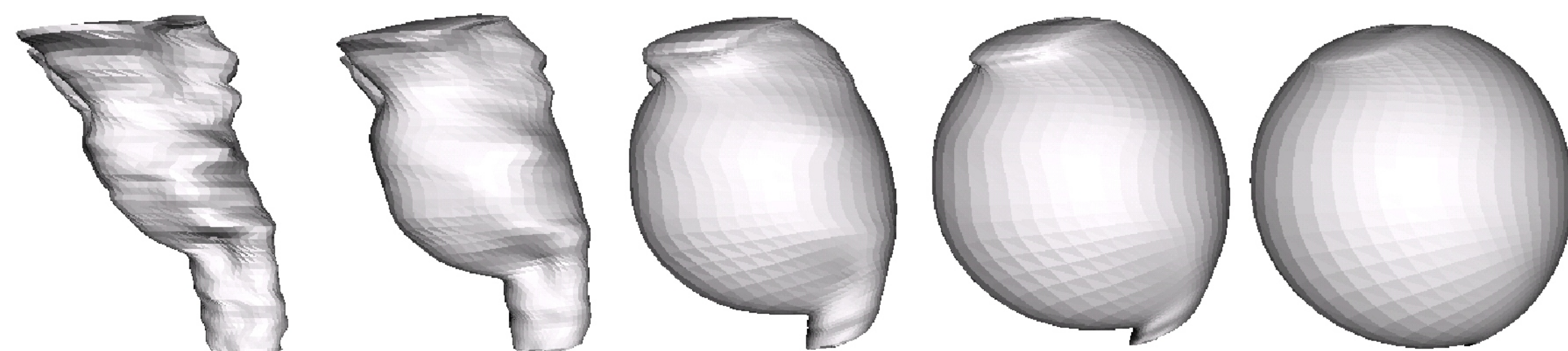


Figura 1: Deformación aplicando fuerzas radiales y de suavizado

Referencias

[1] B. Fischl, A. Liu, and A. M. Dale. *Automated manifold surgery: Constructing geometrically accurate and topologically correct models of the human cerebral cortex*. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2001.

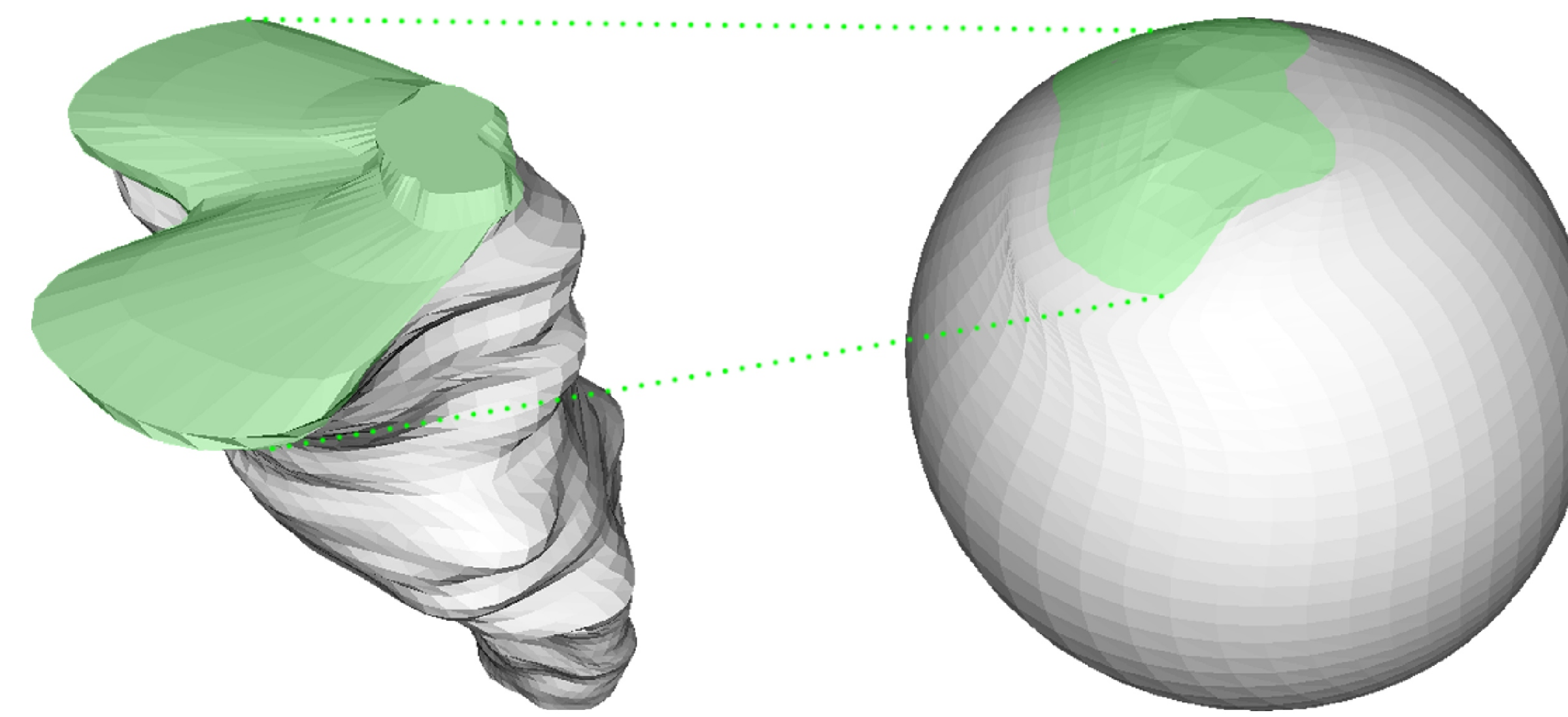


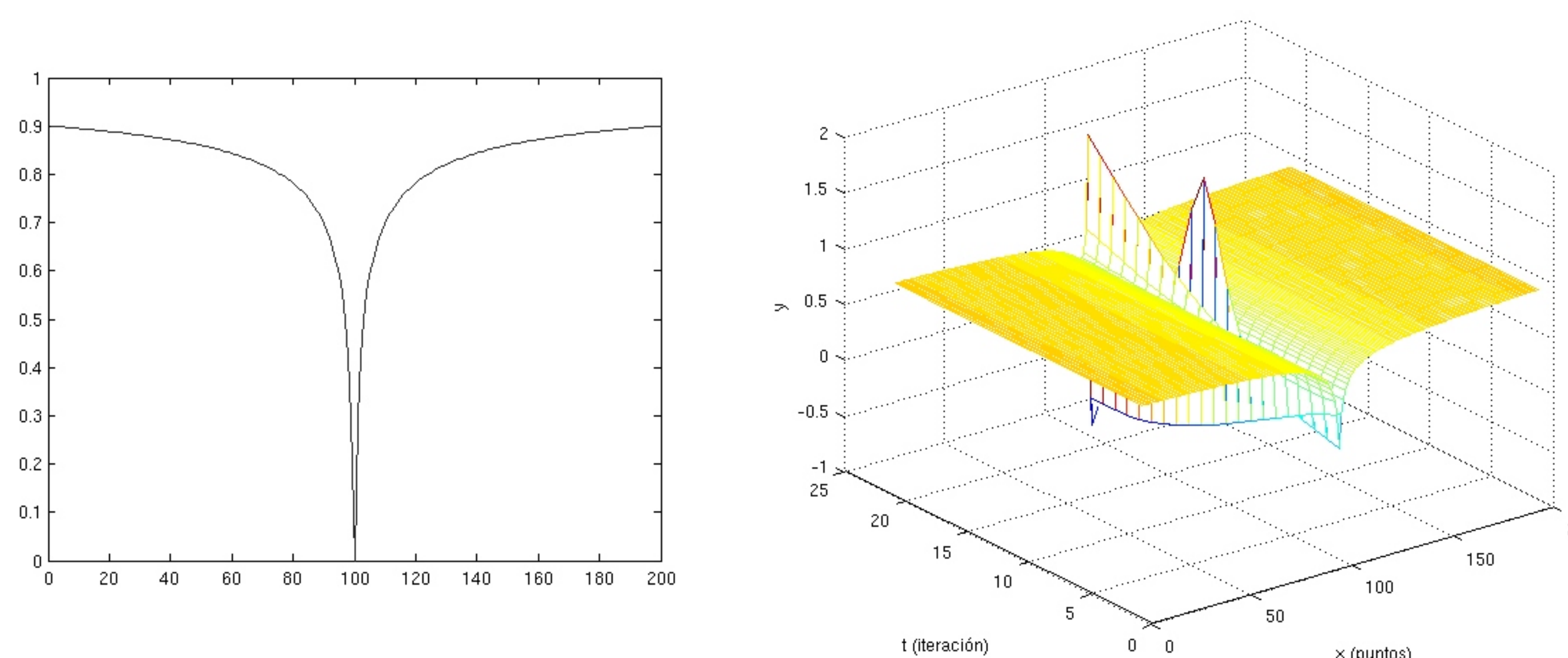
Figura 2: Comparación de áreas sobre la superficie original y la simplificada

Modelo Físico

El modelo físico de deformación se formuló utilizando las ecuaciones que describen las tensiones superficiales de una membrana elástica bajo escenarios de deformación, modelando la tensión en función de la curvatura para intentar garantizar la preservación de las longitudes y áreas. La ecuación de fuerzas que describe el modelo de deformación está dada por:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_R = \frac{\partial}{\partial x} \left[\tau \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 \right) \right]$$

El método se analizó inicialmente utilizando una curva 2D, sobre la cual se simuló la ecuación de fuerzas utilizando el método de Runge-Kutta de orden 4, con un tamaño de paso de 0.1 y 20 iteraciones, y el resultado obtenido se muestra en la Figura 3. Se puede apreciar que el punto de inflexión tiende a oscilar, mientras el resto de la curva se mantiene estable.



(a)

(b)

Figura 3: (a) Curva 2D construida para la simulación (b) Resultado de aplicar el método físico sobre la curva 2D

Modelo Variacional

El modelo variacional considera las ecuaciones que describen la preservación local del área de los triángulos ubicados alrededor de cada punto de la superficie, y con ellas construye una expresión para la evolución de estos puntos hacia una superficie esférica. Utilizando la fuerza radial como velocidad de aproximación a la esfera, la expresión para el movimiento de los puntos está dada por:

$$\dot{x} = v_i - \frac{v_i \cdot k_i}{|k_i|^2} k_i \quad v_i = R_i - x_i$$

$$k_i = -\frac{1}{2} \sum_j \frac{|x_{j+1} - x_j|^2 (x_i - x_j) - [(x_i - x_j) \cdot (x_{j+1} - x_j)] (x_{j+1} - x_j)}{\sqrt{|x_i - x_j|^2 |x_{j+1} - x_j|^2 - [(x_i - x_j) \cdot (x_{j+1} - x_j)]^2}}$$

Este método se simuló sobre dos superficies 3D, una construida a partir de la diferencia entre dos esferas (Figura 4), y otra que representa un tallo cerebral (Figura 5). En el primer caso, la esfera es reconstruida totalmente, con algunas variaciones en el tamaño y posición de los triángulos. En el caso del tallo cerebral, el método produce triángulos superpuestos.

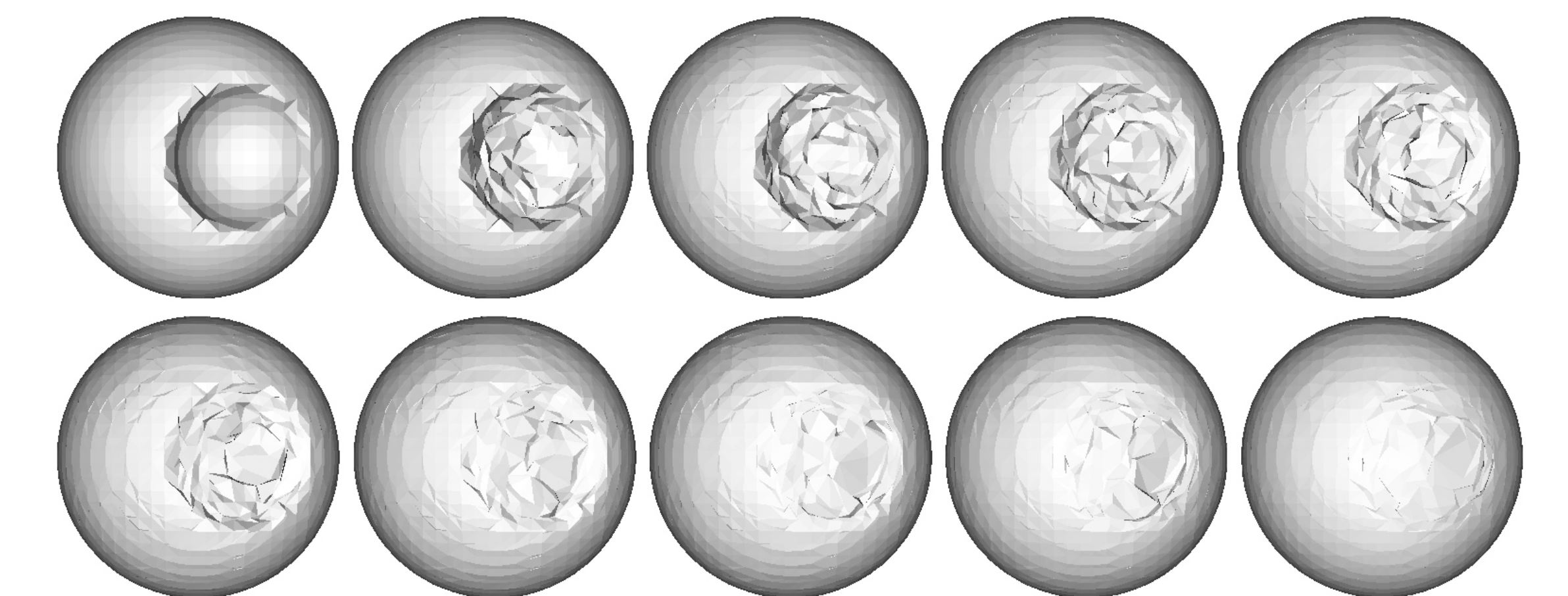


Figura 4: Aplicación del método variacional sobre una esfera abollada

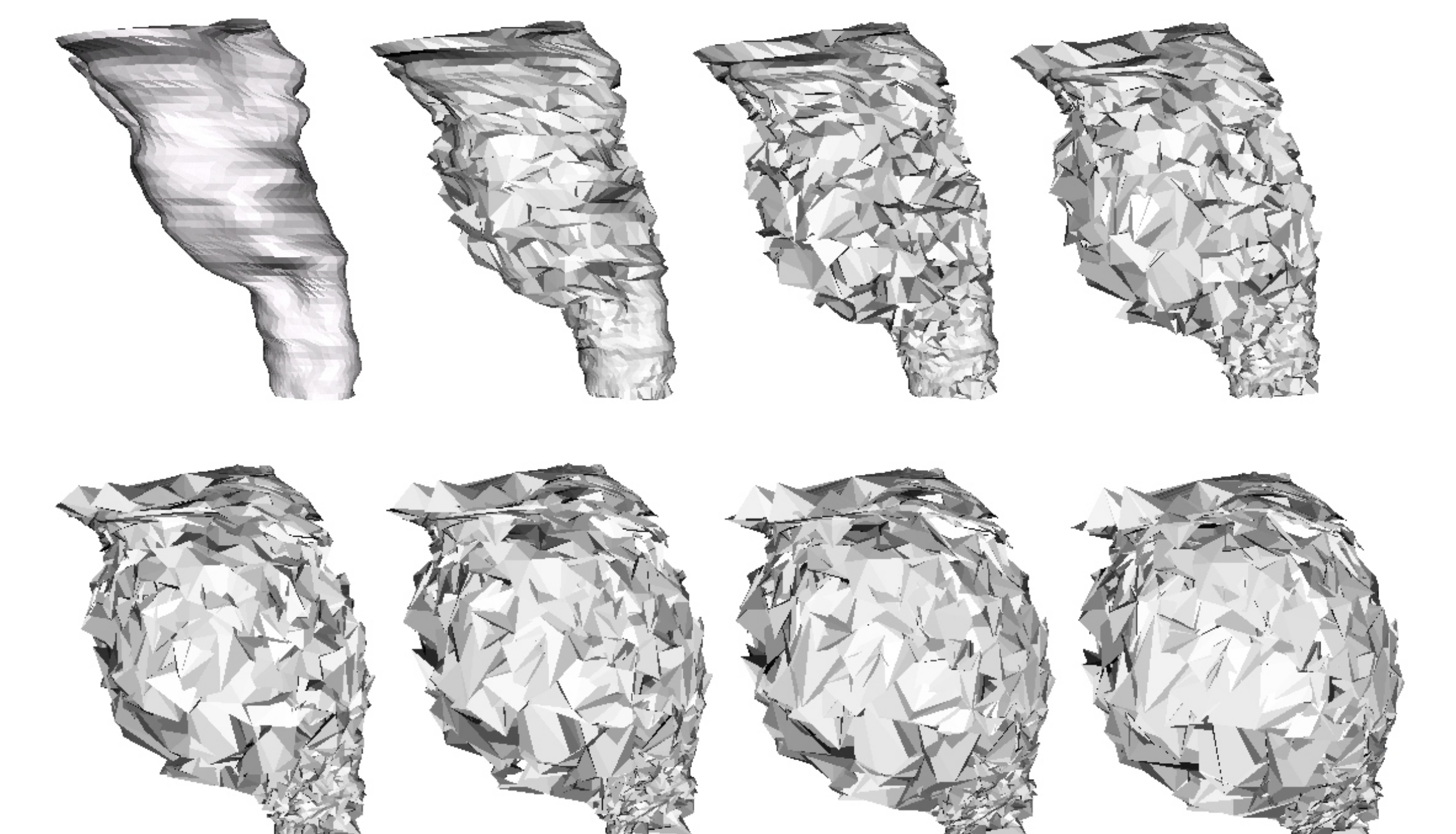


Figura 5: Aplicación del método variacional sobre un tallo cerebral