Deformaciones no-Paramétricas Aplicadas a la Morfometría de Estructuras Anatómicas

Reporte de Resultados
Segunda Entrega

Andrea del Pilar Rueda Olarte
Director: Eduardo Romero, Ph.D.

Seminario de Investigación III
Maestría en Ingeniería de Sistemas y Computación

19 de noviembre de 2006

Agenda

1. Actividades
   - Fase 1: Exploración Inicial
   - Fase 2: Modelos de Deformación
   - Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Agenda

Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

B. Fischl, A. Liu y A. Dale. *Automated Manifold Surgery: Constructing Geometrically Accurate and Topologically Correct Models of the Human Cerebral Cortex*. IEEE Trans. on Medical Imaging, 20(1), 2001

Actualizar de forma iterativa la posición de los puntos aplicando una fuerza de suavizado y una fuerza radial:

- El término de suavizado mueve cada vértice en la dirección del centroide de sus vecinos, mientras proyecta hacia afuera el promedio del movimiento hacia adentro que se crea sobre la superficie
- El término radial dirige cada vértice hacia la superficie de un esfera de radio R

Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

$$\mathbf{x}_k(t+1) = \mathbf{x}_k(t) + F_S(t) + \lambda_R F_R(t) \tag{1}$$

$\mathbf{x}_k(t)$: posición del vértice k en la iteración t

$$F_S = \frac{1}{N_k}\sum_{j\in N_k}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) - \frac{1}{V}\sum_{i}^{V}\sum_{j\in N_i}(\mathbf{n}_i\mathbf{n}_i') \cdot (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \tag{2}$$

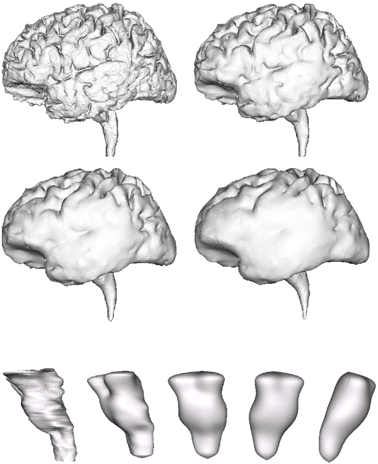
N_k: conjunto de vértices vecinos al vértice k
V: número de vértices en la malla
$\mathbf{n}_k$ y $\mathbf{n}_k'$: vector normal en la posición k y su transpuesta

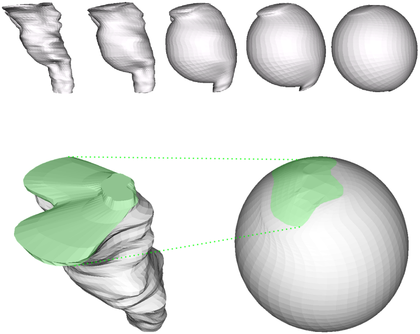
$$F_R = (R_k - \mathbf{x}_k) \tag{3}$$

R_k: proyección radial de $\mathbf{x}_k$ sobre la esfera de radio R

Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos





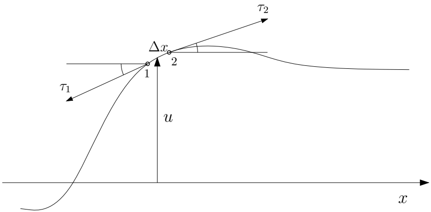
Agenda

1. Actividades
   - Fase 1: Exploración Inicial
   - Fase 2: Modelos de Deformación
   - Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

Estudio de las tensiones de una membrana bajo escenarios de deformación



Así, para un pedazo de la superficie de longitud Δx y ancho Δy, la fuerza a lo largo de la arista 1 es $\tau_1 \Delta y$ con un ángulo θ_1, y de manera similar para la arista 2. Así que la fuerza resultante es de la forma

$$\Delta F = \tau_2 \Delta y \sin\theta_2 - \tau_1 \Delta y \sin\theta_1$$

Fase 2: Modelos de Deformación
Planteamiento del Modelo Físico

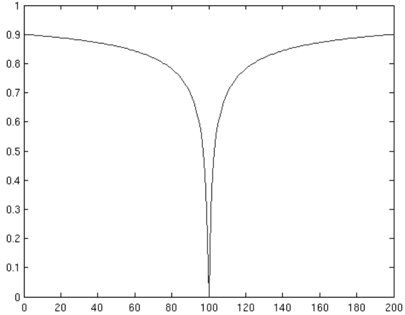
La ecuación de fuerzas obtenida para el modelo de deformación, es

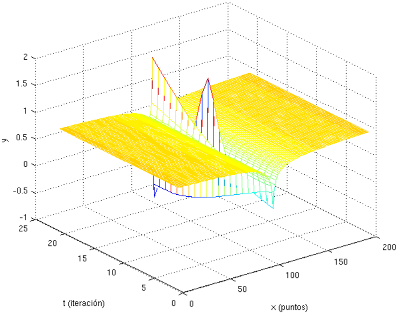
$$m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_R = \frac{\partial}{\partial x}\left[\tau\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3\right)\right] \tag{4}$$

donde F_R corresponde a la fuerza radial a aplicar (ecuación 3), y τ corresponde a la tensión superficial sobre cada punto. Esta tensión superficial se modelará, en este caso, en función de la curvatura

$$\kappa = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}}$$

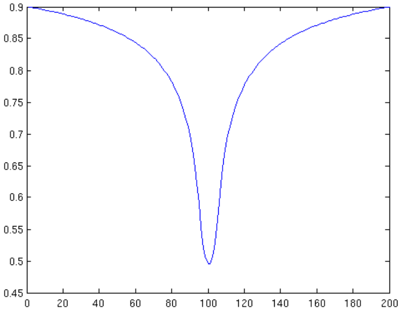
Fase 2: Modelos de Deformación
Planteamiento del Modelo Físico

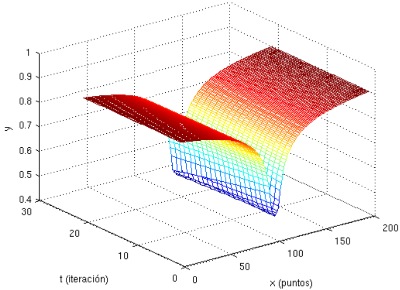




Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico





Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

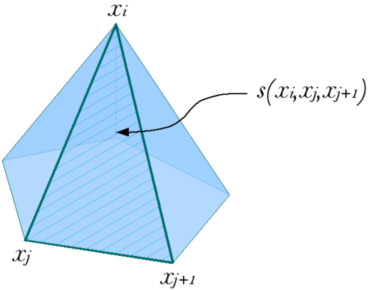
Consideraciones

- Requiere métodos de integración tanto para las derivadas temporales como para las espaciales (diferencias finitas)
- Cálculo de la curvatura en función de x, no de u
- Determinar el esquema más apropiado de tensión en función de la curvatura (creciente, singularidades)

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Plantear las ecuaciones de evolución de los N_V vértices x_i de una triangulación de una superficie cerrada que, conservando (lo más aproximadamente posible) el área de la triangulación, la hagan evolucionar a una forma esférica.



Fase 2: Modelos de Deformación
Planteamiento del Modelo Variacional

Consideraciones:

$$S(\vec{x}) = \mathrm{const}$$

$$\dot{S}(\vec{x}) = 0$$

donde S corresponde a la superficie a deformar. Se exigirá en particular que un x_i dado evolucione durante el movimiento de manera que

$$\frac{\partial S}{\partial x_i}\dot{x}_i = 0$$

Esto asegura una "conservación local" del área alrededor de x_i.

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

El área total se puede expresar como la suma

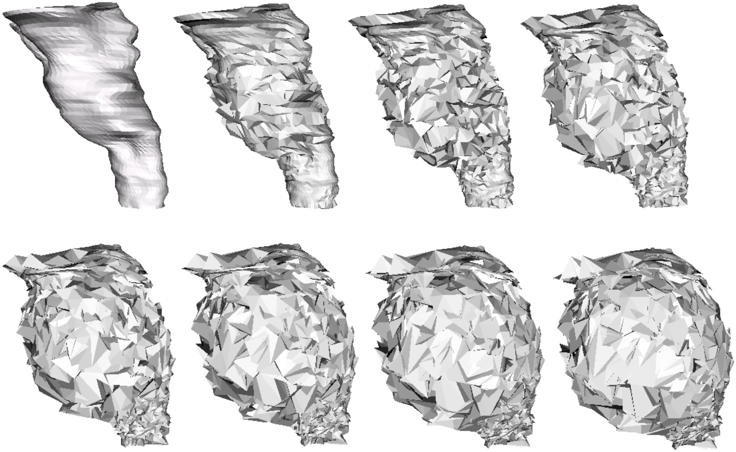
$$\sum_j s(x_i, x_j, x_{j+1}) + S'(\vec{x}') = 0$$

donde $s(x_i, x_j, x_{j+1})$ es el área del triángulo formado entre x_i (vértice común) y los vecinos x_j, $j = 1, \ldots, N_i$.
La derivada parcial de S respecto a x_i implica sólo derivar los sumandos $s(x_i, x_j, x_{j+1})$, de modo que la restricción para la constancia de la superficie se reduce a

$$\dot{x}_i \sum_j \nabla_i s(x_i, x_j, x_{j+1}) = 0$$

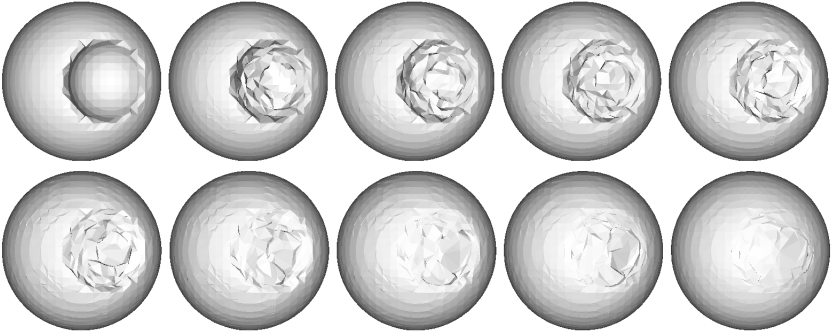
Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Consideraciones

- Dado que ya se tiene la restricción de preservación local del área, intentar combinarla con el método propuesto por Fischl *et al.*
- La fuerza radial está dada por la distancia al radio de la esfera (es fija), así que se espera calcular (en cada iteración) una nueva fuerza de suavizado que cumpla con la restricción
- También se ha propuesto insertar algunas consideraciones de actualización de la velocidad, como las que se utilizan en los métodos de *level sets*

Agenda

1. Actividades
   - Fase 1: Exploración Inicial
   - Fase 2: Modelos de Deformación
   - Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Cálculo de Métricas

- Depende del tipo de representación usado para generar la superficie 3D (poligonal, no-poligonal)
- Para la distancia
  - en modelos poligonales, avanzar por las aristas
  - en modelos no-poligonales, generalmente se plantea como un problema de minimización
- Para el área
  - en modelos poligonales, sumar las áreas de los polígonos
  - en modelos no-poligonales, requiere la definición de la frontera para calcular el área por medio de integrales