

Deformaciones no-Paramétricas Aplicadas a la Morfometría de Estructuras Anatómicas

Reporte de Resultados
Primera Entrega

Andrea del Pilar Rueda Olarte

Maestría en Ingeniería de Sistemas y Computación
Universidad Nacional de Colombia

21 de octubre de 2006

Agenda

1 Introducción

- Objetivo General
- Objetivos Específicos

2 Actividades

- Fase 1: Exploración Inicial
- Fase 2: Modelos de Deformación
- Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Agenda

1 Introducción

- Objetivo General
- Objetivos Específicos

2 Actividades

- Fase 1: Exploración Inicial
- Fase 2: Modelos de Deformación
- Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Objetivo General

Formular, implementar y validar un modelo que deforme superficies 3D y cuya principal restricción es que preserve métricas tales como áreas y longitudes. Este modelo facilitará el desarrollo de estudios morfométricos.

Objetivos Específicos

- Revisar la literatura existente y determinar los principales modelos
- Estudiar las métricas, determinar su comportamiento y escoger las más convenientes
- Deformar superficies con dos modelos: uno con consideraciones físicas y otro con consideraciones variacionales; y validar los modelos propuestos con respecto a la preservación de medidas
- Desarrollar una aplicación para visualizar el proceso de simplificación de la superficie, y calcular las medidas en la superficie original y en la simplificada

Agenda

- 1 Introducción
 - Objetivo General
 - Objetivos Específicos
- 2 Actividades
 - Fase 1: Exploración Inicial
 - Fase 2: Modelos de Deformación
 - Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Fase 1: Exploración Inicial

- Recolección de información y elaboración de un estado del arte
- Exploración de modelos recientes
 - Elección de los modelos más representativos
 - Implementación de los modelos
 - Validación del comportamiento de los modelos con respecto a la preservación de métricas específicas

Fase 1: Exploración Inicial

Estado del Arte

Título: Morfometría de Superficies Complejas Usando Deformaciones no-Paramétricas

Estructura:

- Introducción
- Definición del Problema
- Modelos para Deformar Superficies
 - Aplanar una Superficie
 - Alisar una Superficie
 - Mapear una Superficie
 - Metamorfosis de Superficies
- Aplicaciones
 - Morfometría basada en Superficies
- Conclusiones

Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

B. Fischl, A. Liu y A. Dale. *Automated Manifold Surgery: Constructing Geometrically Accurate and Topologically Correct Models of the Human Cerebral Cortex*. IEEE Trans. on Medical Imaging, 20(1), 2001

Objetivo: llevar la superficie hacia una esfera

Algoritmo: actualizar de forma iterativa la posición de los puntos aplicando una fuerza de suavizado y una fuerza radial

$$\mathbf{x}_k(t+1) = \mathbf{x}_k(t) + F_S(t) + \lambda_R F_R(t) \quad (1)$$

$\mathbf{x}_k(t)$: posición del vértice k en la iteración t

Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

El término de suavizado mueve cada vértice en la dirección del centroide de sus vecinos, mientras proyecta hacia afuera el promedio del movimiento hacia adentro que se crea sobre la superficie

$$F_S = \frac{1}{N_k} \sum_{j \in N_k} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) - \frac{1}{V} \sum_i^V \sum_{j \in N_i} (\mathbf{n}_i \mathbf{n}'_i) \cdot (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \quad (2)$$

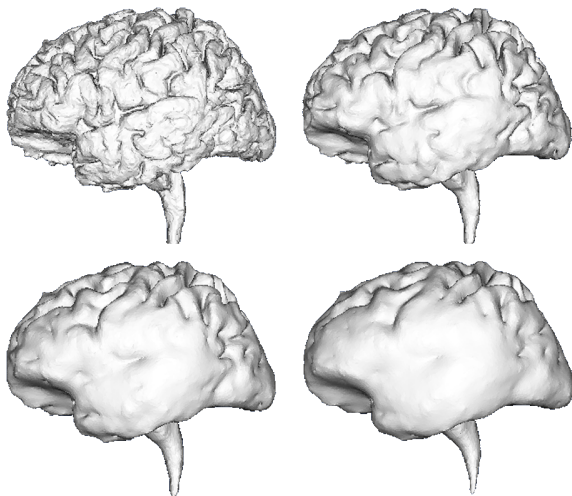
N_k : conjunto de vértices vecinos al vértice k

V : número de vértices en la malla

\mathbf{n}_k y \mathbf{n}'_k : vector normal en la posición k y su transpuesta

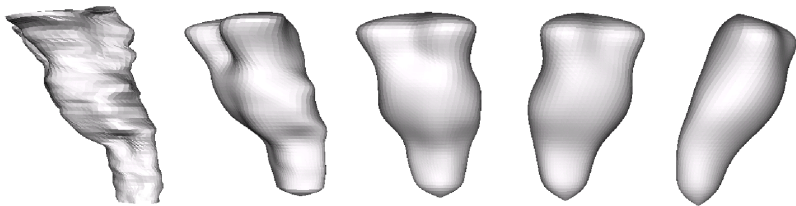
Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos



Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos



Deformación de la superficie aplicando únicamente una fuerza de suavizado definida por la ecuación 2

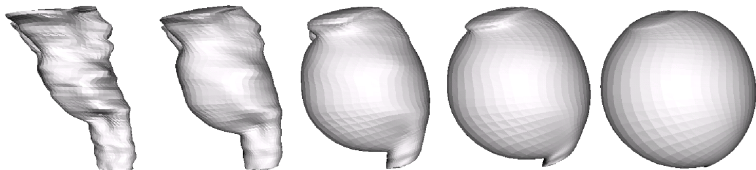
Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

El término radial dirige cada vértice hacia la superficie de un esfera de radio R

$$F_R = (R_k - \mathbf{x}_k) \quad (3)$$

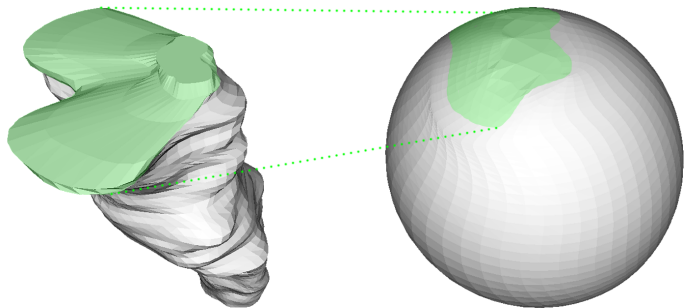
R_k : proyección radial de \mathbf{x}_k sobre la esfera de radio R



Fase 1: Exploración Inicial

Exploración de Modelos

La verificación del modelo con respecto a la preservación de métricas se realizó inicialmente de manera visual.



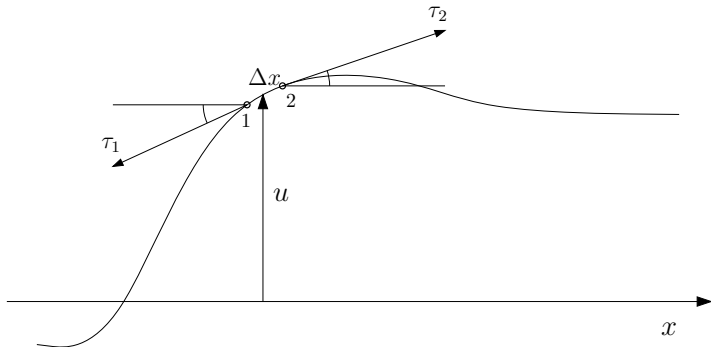
Fase 2: Modelos de Deformación

- Determinación de las medidas
 - Estudio del comportamiento de cada métrica bajo escenarios de deformación
 - Elección de las métricas más relevantes para el análisis morfométrico
- Formulación del modelo físico
 - Planteamiento del nuevo modelo con preservación de métricas
 - Validación del modelo
 - Implementación del modelo
- Formulación del modelo variacional
 - Planteamiento del nuevo modelo con preservación local de áreas
 - Validación del modelo
 - Implementación del modelo

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

Estudio de las tensiones de una membrana bajo escenarios de deformación



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

Así, para un pedazo de la superficie de longitud Δx y ancho Δy , la fuerza a lo largo de la arista 1 es $\tau_1 \Delta y$ con un ángulo θ_1 , y de manera similar para la arista 2. Así que la fuerza resultante es de la forma

$$\Delta F = \tau_2 \Delta y \sin \theta_2 - \tau_1 \Delta y \sin \theta_1$$

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

La ecuación de fuerzas obtenida para el modelo de deformación, es

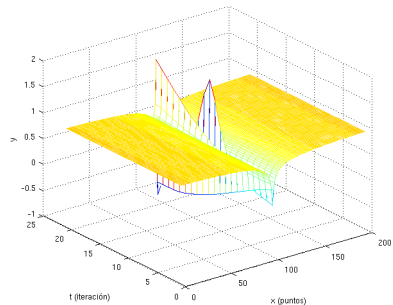
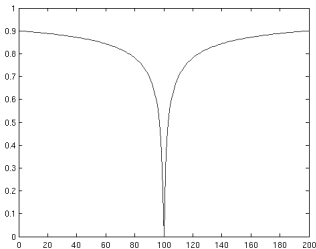
$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_R = \frac{\partial}{\partial x} \left[\tau \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 \right) \right] \quad (4)$$

donde F_R corresponde a la fuerza radial a aplicar (ecuación 3), y τ corresponde a la tensión superficial sobre cada punto. Esta tensión superficial se modelará, en este caso, en función de la curvatura

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

El método basado en consideraciones físicas se analizó inicialmente utilizando una curva 2D. La ecuación de fuerzas (4) se simuló utilizando el método de Runge-Kutta de orden 4, con un tamaño de paso de 0.1 y 20 iteraciones



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Físico

Por qué no funciona?

- Es necesario caracterizar la ecuación diferencial para determinar el método de integración que más se ajuste
- El grado de las derivadas la hacen difícil de evaluar

Posibles mejoras

- Asumir que el cambio $\frac{\partial u}{\partial x}$ es muy pequeño para simplificar la ecuación:

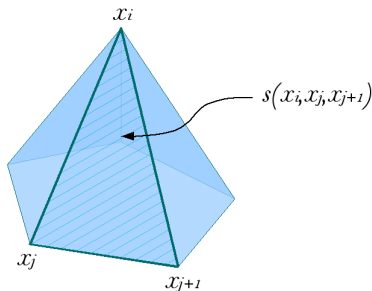
$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_R = \frac{\partial}{\partial x} \left[\tau \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]$$

- Definir un esquema para corregir el error que puede introducirse al aplicar la consideración anterior

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Plantear las ecuaciones de evolución de los N_V vértices x_i de una triangulación de una superficie cerrada que, conservando (lo más aproximadamente posible) el área de la triangulación, la hagan evolucionar a una forma esférica.



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Consideraciones:

$$S(\vec{x}) = \text{const}$$

$$\dot{S}(\vec{x}) = 0$$

donde S corresponde a la superficie a deformar. Se exigirá en particular que un x_i dado evolucione durante el movimiento de manera que

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} \dot{x}_i = 0$$

Esto asegura una “conservación local” del área alrededor de x_i .

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Si para llevar un punto x_i de la forma original a la superficie de una esfera se propone una velocidad v_i , se tendrá que la ecuación

$$\dot{x} = v_i$$

se debe modificar a

$$\dot{x} = v_i - \frac{v_i \cdot k_i}{|k_i|^2} k_i \quad (5)$$

para que se conserve el área. El vector k_i se calcula de acuerdo a

$$k_i = -\frac{1}{2} \sum_j \frac{[(x_{j+1} - x_i) \cdot (x_{j+1} - x_j)]x_j - [(x_j - x_i) \cdot (x_{j+1} - x_j)]x_{j+1} - |x_{j+1} - x_j|^2 x_i}{\sqrt{|x_j - x_i|^2 |x_{j+1} - x_i|^2 - [(x_j - x_i) \cdot (x_{j+1} - x_i)]^2}}$$

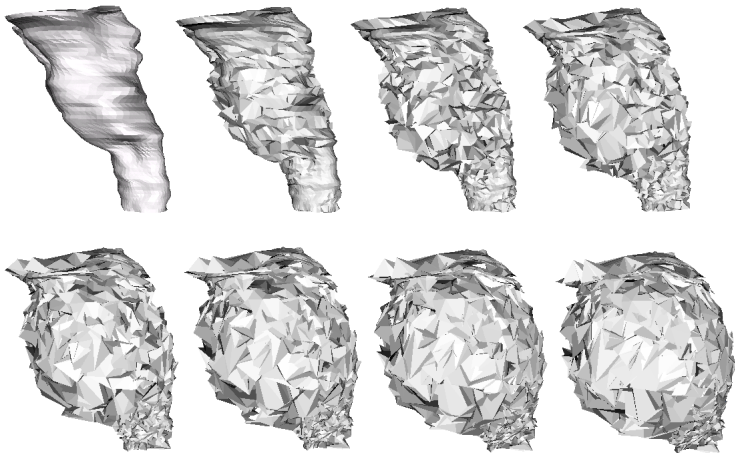
Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

El método basado en consideraciones variacionales se implementó utilizando la librería de visualización VTK y la malla que representa un tallo cerebral. Cada punto de la malla se actualizó iterativamente utilizando la ecuación 5, donde v_i corresponde a la fuerza radial (3)

Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional



Fase 2: Modelos de Deformación

Planteamiento del Modelo Variacional

Por qué no funciona?

- Sólo se están considerando elementos locales para la preservación del área

Posibles mejoras

- Incluir una consideración global que preserve la forma de la superficie (curvatura)

Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

- Implementación de los procedimientos para el cálculo de métricas
- Desarrollo de la aplicación de visualización
 - Análisis de requerimientos
 - Diseño
 - Implementación del prototipo inicial
 - Integración del modelo físico
 - Integración de los procedimientos de cálculo de métricas
 - Pruebas y validación

Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Cálculo de Métricas

- Depende del tipo de representación usado para generar la superficie 3D (poligonal, no-poligonal)
- Para la distancia
 - en modelos poligonales, avanzar por las aristas
 - en modelos no-poligonales, generalmente se plantea como un problema de minimización
- Para el área
 - en modelos poligonales, sumar las áreas de los polígonos
 - en modelos no-poligonales, requiere la definición de la frontera para calcular el área por medio de integrales

Fase 3: Aplicación de Medición y Visualización

Aplicación de Visualización

Características:

- visualización de la superficie original y del proceso de simplificación
- determinación de puntos y cálculo de distancias entre ellos
- determinación de curvas cerradas y cálculo de áreas

Librería de visualización: VTK (*Visualization ToolKit*)