

Deformaciones no Paramétricas 3D y su Aplicación a la Morfometría de Estructuras Anatómicas

Andrea del Pilar Rueda Olarte
adruedao@unal.edu.co

Abstract—

Index Terms— Deformación de superficies, morfometría, modelo físico, modelo variacional.

I. INTRODUCCIÓN

La aplicación de modelos de deformación de superficies en diversos campos, tales como la animación computarizada, el estudio de materiales y los análisis de estructuras anatómicas en imágenes médicas, se ha extendido en los últimos 20 años. La principal razón es que constituye una herramienta de gran ayuda que simplifica el desarrollo de estas tareas.

Estos métodos se han enfocado más que todo hacia el área de análisis estructurales y funcionales sobre conjuntos de imágenes médicas, siendo una herramienta importante para el diagnóstico .

En este artículo se presentan principalmente las formulaciones de dos modelos para deformar superficies, junto con algunos experimentos aplicando estos modelos. La estructura del artículo es la siguiente: en la sección II se presentan las generalidades de los modelos de deformación, profundizando en un modelo particular de mapeo de superficies en la subsección II-A. Las consideraciones y formulación del modelo basado en las características físicas del problema se presenta en la sección III, mientras que el modelo basado en condiciones variacionales se presenta en la sección IV. Para terminar, en la sección V se presentan algunos resultados obtenidos utilizando los métodos descritos; y con la sección VI se concluye el artículo y se delimitan las actividades futuras.

II. MODELOS DE DEFORMACIÓN DE SUPERFICIES

Las deformaciones de superficies 3D han sido exploradas en los últimos 20 años, en aplicaciones tales como la animación computarizada, el modelamiento de materiales y el análisis de estructuras anatómicas en imágenes médicas. La primera referencia a este tipo de problemas la constituye el obtener una representación plana de una superficie curva, como por ejemplo una esfera. Este problema fue estudiado por Gauss hacia 1828, quien mostró que, debido a la diferencia entre las curvaturas Gaussianas¹ de la superficie curvada y su

Este artículo presenta los resultados parciales obtenidos en el desarrollo del proyecto de Tesis de Maestría.

Andrea Rueda es estudiante de la Maestría en Ingeniería de Sistemas y Computación de la Universidad Nacional de Colombia. También pertenece al Centro de Telemedicina de la misma universidad, en donde se encuentra desarrollando su proyecto de Tesis de Maestría.

¹**Curvatura:** es básicamente la cantidad por la que un objeto geométrico se desvía de ser plano. En superficies, se encuentran las *curvaturas principales*, κ_1 y κ_2 , que indican la curvatura mínima y máxima en un punto de la superficie; la *curvatura media*, que es el promedio de las curvaturas principales y la *curvatura Gaussiana*, que es el producto de κ_1 y κ_2 .

representación en el plano, no era posible solucionarlo de manera totalmente exacta.

Los estudios en esta área inician hacia 1988 con los modelos deformables, aquellos en los que un contorno bidimensional o una superficie tridimensional se hacen evolucionar hasta que toman la forma de otro contorno o superficie objetivo. Este tipo de modelos fueron introducidos por Kass *et al.* en 2D [1] y extendidos al caso 3D por Terzopoulos *et al.* [2]. Los campos de acción en los cuales se aplican los modelos deformables cubre desde el reconocimiento de patrones, animación computarizada, simulación de cirugías, y la segmentación de imágenes, entre otras [3]. También se utilizan diferentes representaciones para generar desde líneas 3D deformables hasta volúmenes deformables.

Los modelos para deformar superficies reseñados en la literatura más reciente pueden clasificarse en tres tipos primordiales: Modelos que aplanan una superficie, los cuales buscan obtener una representación en el plano euclidiano de la superficie 3D, insertando si es necesario líneas de corte que mejoren la proyección; modelos que suavizan la geometría de la superficie, con los que se obtiene una representación alisada, que conserva la forma 3D pero elimina los picos y valles demasiados pronunciados; y métodos de mapeo de superficies, donde se busca proyectar los puntos de la superficie 3D en otra de geometría más simple y con una topología similar (como una esfera).

A. Mapeo de Superficies

En este método se toman cada uno de los puntos de la superficie 3D y se hacen corresponder con puntos en una esfera u otra superficie más simple. Se hace necesario determinar las características de la esfera de forma que el área de su superficie se aproxime lo más posible al área de la superficie 3D inicial. También es necesario determinar una estrategia para manejar la desigualdad en la concentración de los puntos, debido a los plegamientos que pueda tener la superficie inicial.

La aproximación más sencilla, presentada en el artículo [4], iterativamente actualiza la posición de cada uno de los vértices en la malla de triangulación de acuerdo a una fuerza de suavizado F_S y a una fuerza radial F_R :

$$x_k(t+1) = x_k(t) + F_S(t) + \lambda_R F_R(t)$$

x_k : posición del k -ésimo vértice en la iteración t

La fuerza de suavizado mueve cada vértice en la dirección del centroide de sus vecinos, y está dada por:

$$F_S = \frac{1}{N_k} \sum_{j \in N_k} (x_j - x_k) - \frac{1}{V} \sum_i^V \sum_{j \in N_i} (\mathbf{n}_i \mathbf{n}'_i) \cdot (x_j - x_i)$$

N_k : conjunto de vértices vecinos al k -ésimo vértice

V : número de vértices en la malla

\mathbf{n}_k y \mathbf{n}'_k : normal a la superficie en el vértice k y su transpuesta

La fuerza radial conduce cada vértice hacia la superficie de una esfera de radio R :

$$F_R = (R_k - x_k)$$

R_k : proyección radial de x_k en la esfera de radio R

Aplicando esta aproximación, se obtiene la representación de la superficie 3D en una esfera, sin embargo, los autores consideran un segundo paso en el procesamiento, donde se evalúa el mapeo inverso (de la esfera hacia la superficie inicial) y en aquellos puntos en donde éste es multivaluado, se establece un nuevo y único mapeo.

III. MODELO FÍSICO DE DEFORMACIÓN

El modelo físico de deformación se formuló utilizando las ecuaciones que describen las tensiones de una membrana bajo escenarios de deformación, adaptándolas al caso particular.

Se considera una membrana delgada estirada sobre un marco horizontal. La membrana es sometida a ciertas deformaciones en sentido vertical, de forma que se presentan fuerzas de tensión en cada punto de la membrana. Si se considera únicamente una sección vertical de la membrana, aparecerá como una curva, tal como se muestra en la figura 1, donde u corresponde al desplazamiento vertical con respecto a la posición normal.

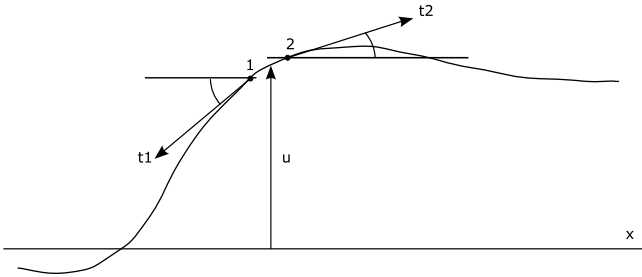


Fig. 1. Sección transversal de la membrana deformada

Así, para un pedazo de la superficie de longitud Δx y ancho Δy , la fuerza a lo largo de la arista 1 es $\tau_1 \Delta y$ con un ángulo θ_1 , y de manera similar para la arista 2. Así que la fuerza resultante es de la forma

$$\Delta F = \tau_2 \Delta y \sin \theta_2 - \tau_1 \Delta y \sin \theta_1$$

La ecuación de fuerzas para el modelo de deformación, basado en lo anterior, es

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_R = \frac{\partial}{\partial x} \left[\tau \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 \right) \right]$$

donde F_R corresponde a la fuerza radial a aplicar, y τ corresponde a la tensión superficial sobre cada punto. Esta tensión superficial se modelará, en este caso, en función de la curvatura, puesto que en aquellos puntos donde la curvatura es más alta, se genera una tensión mayor que los hace retornar

a su posición original. La curvatura en cada punto de la superficie se calcula con la siguiente fórmula

$$\kappa = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

IV. MODELO VARIACIONAL DE DEFORMACIÓN

El modelo variacional considera las ecuaciones que describen la preservación local del área alrededor de cada punto de la superficie, y con ellas construye una expresión para el movimiento de evolución de estos puntos.

El objetivo es plantear las ecuaciones de evolución de los N_V vértices x_i de una triangulación de una superficie cerrada que, conservando (lo más aproximadamente posible) el área de la triangulación, la hagan evolucionar a una forma esférica. Para esto, se tienen las siguientes consideraciones:

$$S(\vec{x}) = \text{const}$$

$$\dot{S}(\vec{x}) = 0$$

donde S corresponde a la superficie a deformar. Se exigirá en particular que un x_i dado evolucione durante el movimiento de manera que

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} \dot{x}_i = 0$$

Esto asegura una “conservación local” del área alrededor de x_i .

El área total se puede expresar como la suma

$$\sum_j s(x_i, x_j, x_{j+1}) + S'(\vec{x}') = 0$$

donde $s(x_i, x_j, x_{j+1})$ es el área de uno de los triángulos del abanico que tiene a x_i como vértice común y a los vecinos $x_j, j = 1, \dots, N_i$ como vértices ordenados consecutivos.

Según esto, la derivada parcial de S respecto a x_i implica sólo derivar los sumandos $s(x_i, x_j, x_{j+1})$, de modo que la restricción para la constancia de la superficie se reduce a

$$\dot{x}_i \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_j s(x_i, x_j, x_{j+1}) = 0$$

$$\dot{x}_i \sum_j \nabla_i s(x_i, x_j, x_{j+1}) = 0$$

Esta condición indica que el vector \dot{x}_i debe ser perpendicular al vector

$$k_i = \sum_j \nabla_i s(x_i, x_j, x_{j+1})$$

De este modo, si para llevar un punto x_i de la forma original a la superficie de una esfera se propone una velocidad f_i (que depende de la distancia a la superficie de la esfera y, posiblemente, de la “suavidad” de la superficie), se tendrá que la ecuación

$$\dot{x} = f_i$$

se debe modificar a

$$\dot{x} = f_i - \frac{f_i \cdot k_i}{|k_i|^2} k_i$$

para que se conserve el área.

V. EXPERIMENTOS

Inicialmente, se estudió el modelo de mapeo de superficies presentado en la subsección II-A, y para analizar el efecto de las deformaciones en las métricas, se implementó este método utilizando la librería de visualización VTK, y una malla poligonal que representa un tallo cerebral. Aplicando únicamente la fuerza de suavizado F_S , la malla poligonal se deforma hasta tomar una forma lisa y alargada, como se muestra en la figura 2.

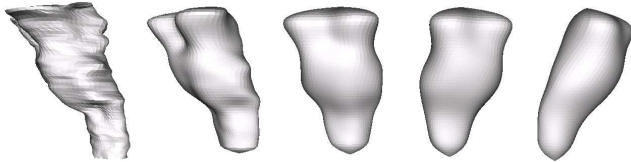


Fig. 2. Deformación aplicando únicamente una fuerza de suavizado

Al incluir en la deformación la fuerza radial, además de suavizar poco a poco la superficie, en cada iteración los puntos de la malla son empujados hasta tomar una forma esférica, como se puede apreciar en la figura 3

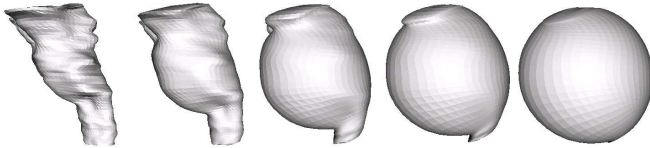


Fig. 3. Deformación aplicando fuerzas radiales y de suavizado

VI. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

REFERENCES

- [1] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: active contour models," *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, pp. 321–331, 1988.
- [2] D. Terzopoulos, A. Witkin, and M. Kass, "Constraints on deformable models: recovering 3D shape and nonrigid motion," *Artificial Intelligence*, vol. 36, pp. 91–123, 1988.
- [3] J. Montagnat, H. Delingette, and N. Ayache, "A review of deformable surfaces: topology, geometry and deformation," *Image and Vision Computing*, vol. 19, pp. 1023–1040, 2001.
- [4] B. Fischl, A. Liu, and A. M. Dale, "Automated manifold surgery: Constructing geometrically accurate and topologically correct models of the human cerebral cortex," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 20, pp. 70–80, 2001.