

# Terceiro Teste de Matemática Combinatória

Professora Celina

22 de setembro de 2005

1. Uma grande quantidade de pessoas foi convidada para uma festa. No entanto, para participar, os convidados devem atender a uma série de requisitos inusitados:
  - Os convidados não podem nascer em ano bissexto;
  - Os convidados devem vestir camisa de cor anil, bege, abóbora ou turquesa;
  - Os convidados devem ser brasileiros, chineses ou ucranianos.

Durante a festa o anfitrião resolveu separar alguns convidados em um certo grupo. Determine, usando o *Princípio das Gavetas*, a quantidade mínima de pessoas que deve haver neste grupo para que nele contenha pelo menos:

- a) *Dois* pessoas nascidas no mesmo mês.
  - b) *Três* pessoas de mesma nacionalidade.
  - c)  $n$  pessoas vestindo camisas de mesma cor e nascidas no mesmo dia (*ex.*:  $n$  pessoas vestindo camisa abóbora nascidas em 22 de setembro.).
2. Considere a seguinte afirmação: “Seja  $P$  um ponto fixo qualquer no  $\mathbb{R}^2$ . Dentre  $k$  pontos marcados arbitrariamente também no  $\mathbb{R}^2$  de forma que quaisquer dois pontos marcados não são colineares com  $P$ , *sempre* existirão pelo menos 2 pontos  $R$  e  $R'$ , tais que o ângulo  $\widehat{RPR'}$  é agudo”.
    - a) Qual o valor mínimo que  $k$  deve assumir para que a afirmação seja verdadeira?
    - b) Usando o *Princípio das Gavetas*, prove a afirmação acima, com o valor de  $k$  encontrado em a).

Dado: Um ângulo  $\alpha$  é *agudo* se  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .