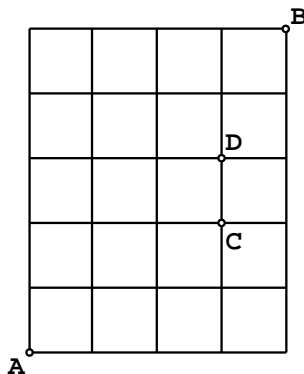


Lista 3 de Matemática Combinatória (Coeficientes Binomiais)

- 1 Considere o mapa da figura abaixo. Nele estão representadas 5 ruas verticais e 6 ruas horizontais.
- Quantos caminhos mínimos existem da esquina A até a esquina B
- (i) passando pelas esquinas C e D ?
- (ii) não passando nem pela esquina C e nem pela esquina D ?



- 2 Interprete a **Relação de Stifel**: $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$.
- 3 Interprete a **Relação das Combinações Complementares**: $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$.
- 4 Interprete o **Teorema das Linhas**: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$.
- 5 Qual é o valor da soma $S = \binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \dots + n\binom{n}{n}$?
- 6 Prove o **Teorema das Colunas**: $\binom{p}{p} + \binom{p+1}{p} + \binom{p+2}{p} + \dots + \binom{p+n}{p} = \binom{p+n+1}{p+1}$.
- 7 Prove o **Teorema das Diagonais**: $\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} + \dots + \binom{n+p}{p} = \binom{n+p+1}{p}$.
- 8 Considere os coeficientes binomiais $\binom{n}{r}$, onde n é um inteiro positivo e $0 \leq r \leq n$.
- (i) Derive uma forma recursiva para os coeficientes binomiais.
- (ii) Derive uma forma fechada para os coeficientes binomiais.
- 9 Aplique a Relação de Stifel para obter a seguinte relação para coeficientes binomiais:
- $$\sum_{k=0}^n \binom{k}{m} = \binom{0}{m} + \binom{1}{m} + \binom{2}{m} + \dots + \binom{m}{m} + \dots + \binom{n}{m} = \binom{n+1}{m+1}.$$
- 10 Qual o coeficiente de x^8 no desenvolvimento de $(2x^3 + x^{-1})^{20}$?
- 11 Fixado n , para que valores de r , o coeficiente binomial $\binom{n}{r}$, é máximo?
- 12 Calcule 11^4 usando o **Teorema Binomial**.
- 13 Prove a seguinte relação: $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$.
- 14
- (i) Use o Teorema das Colunas para provar: $\sum_{i=1}^n i(i+1) = n(n+1)(n+2)/3$.
- (ii) Com o resultado de (i) prove: $\sum_{i=1}^n i^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
- 15 Qual o valor da soma: $S = \sum_{k=1}^{50} k(k+1)(k+2)$?