

Efecto del balance de carga en la temperatura crítica de la materia nuclear

A. Barrañón-Cedillo

Dep. de Ciencias Básicas
Universidad Autónoma Metropolitana
México, D.F., 02200 México.

J.A. López-Gallardo

Dep. of Physics
The University of Texas at El Paso
El Paso, Texas, 79969 Estados Unidos de América.

Resumen: Se desarrolló un algoritmo iterativo para ajustar la Ley de Fisher de Colisiones de Iones Pesados con distinto balance de carga, obteniendo temperaturas críticas diferentes, lo que está en armonía con resultados experimentales y teóricos recientes. De esta manera se confirma computacionalmente la influencia del balance de carga en la curva calorífica de la materia nuclear.

Abstract: An iterative algorithm was developed to fit Fisher Law for Heavy Ion Collisions with distinct charge balance, obtaining different critical temperatures in agreement with recent theoretical and experimental results. This way is confirmed the influence of charge balance on the caloric curve of nuclear matter.

Keywords: Iterative Algorithm, Polynomial Fitting, Critical Temperature, Nuclear Caloric Curve

Introducción

Ya que la expresión de Weizsäcker para la energía nuclear contiene un término relacionado con el balance de carga, en la forma de la diferencia entre el número de neutrones y protones, se espera que este balance se refleje en la temperatura límite de la curva calorífica de la materia nuclear [1]. Esta fórmula de Weizsäcker está dada por [2]:

$$E = -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{(N-Z)^2}{A} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (1)$$

donde el primer término representa la energía de la materia nuclear simétrica en el límite de bulto y en la ausencia de interacciones coulombianas. Los demás términos representan cambios en la energía nuclear que se deben a su disconformidad con el límite de bulto de la materia nuclear asimétrica. Esos términos se

relacionan con la superficie, con la asimetría en el número de neutrones N y protones Z y con la repulsión coulombiana, respectivamente.

La dependencia de esta temperatura crítica con respecto a otras variables como el tamaño finito del sistema y la entropía [3] ha sido estudiada previamente, por lo que este estudio serviría para alcanzar un mejor entendimiento de los factores que intervienen en la forma de la curva calorífica nuclear. Otros autores [4] han reportado temperaturas límite de la curva calorífica nuclear, tomando en cuenta el balance entre la carga eléctrica Z y el número de neutrones N , a través de la correlación que existe entre el factor N/Z del proyectil fragmentado y la razón isobárica $Y(3H)/Y(3He)$, obteniendo una temperatura límite que se encuentra en el rango de 6 a 7 MeV. Souza et. al. [5] aplicaron un modelo mejorado de multifragmentación estadística (ISMM) a fuentes ricas en protones y neutrones, obteniendo una meseta de temperatura cerca de los 6 MeV, con una diferencia mínima en las temperaturas límite.

La ley de Fisher para la materia nuclear puede escribirse de la siguiente manera [6]:

$$\ln \langle n_A \rangle = \ln q_0 - \tau \ln A + A \frac{\Delta\mu}{T} - \frac{c_0 \mathcal{E} A^\sigma}{T} \quad (2)$$

donde q_0 es una constante de normalización que sólo depende del valor de τ , τ es el exponente crítico topológico que depende de la dimensionalidad del sistema y se relaciona con una caminata aleatoria tridimensional en una superficie que se cierra a sí misma, $c_0 \mathcal{E} A^\sigma$ es la energía libre superficial de una



gota de tamaño A , c_0 es el coeficiente de energía superficial, σ es el exponente crítico relacionado con el cociente entre la dimensionalidad de la superficie y la

dimensionalidad del volumen; y $\mathcal{E} = \left(1 - \frac{T}{T_C}\right)$ es el

parámetro de control que mide la distancia a que se encuentra el punto crítico cuya temperatura es T_C [7].

Para un sistema cuyo número de partículas N es del orden de unas centenas de partículas, i.e., mucho menor que el número de Avogadro :

$$q_0 = 1 / \sum_{A=1}^{A_{\max}} A^{1-\tau} \quad (3)$$

donde A es el tamaño de los fragmentos.

En este estudio se desarrolló un algoritmo iterativo para ajustar la Ley de Fisher usando Colisiones de Iones Pesados con distintos balances de carga, obteniendo temperaturas críticas cuya diferencia está en el rango de 1.2 MeV. De esta manera se comprueba computacionalmente la influencia del balance entre el número de protones y de neutrones, en la temperatura crítica de la materia nuclear.

Metodología

Se simularon cuarenta mil colisiones de iones pesados usando el modelo Latino [8], en el que el sistema evoluciona siguiendo una dinámica newtoniana y aplicando un algoritmo tipo Verlet. Las fuerzas internucleónicas son calculadas mediante un potencial Pandharipande. Los parámetros de la Ley de Fisher fueron escritos como un desarrollo polinomial de cuarto grado en términos de la excitación.

El algoritmo iterativo deja flotar los exponentes críticos de la Ley de Fisher, realizando un ajuste de mínimos cuadrados para los coeficientes de las expansiones polinomiales de los parámetros de la Ley de Fisher.

Efectivamente, la ley de Fisher se escribe de la siguiente manera:

$$\ln \frac{\langle n_A \rangle A^\tau}{q_0} = A \frac{\Delta\mu}{T} - \frac{c_0 \mathcal{E} A^\sigma}{T} \quad (4)$$

y se expresan la diferencia de potenciales químicos

$\Delta\mu$ y el coeficiente adimensional C_0 de energía superficial como polinomios cuya variable independiente es la excitación e^* :

$$\mu = P_{l,m}^{(1)}(e^*) \quad (5)$$

$$C_0 = P_{l,m}^{(2)}(e^*) \quad (6)$$

donde:

$$P_{l,m}(x) = \sum_{n=0}^m a_n x^n \quad (7)$$

lo que conduce a un problema de mínimos cuadrados cuya solución es de la forma:

$$\mathbf{M}^T \mathbf{Y} = \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{A} \quad (8)$$

donde $\mathbf{A}$ es un vector con los coeficientes de los polinomios $P_{l,m}$. $\mathbf{M}$ es una matriz y $\mathbf{Y}$ es un vector que se obtienen al establecer las ecuaciones:

$$\left[\ln \frac{\langle n_A \rangle A^\tau}{q_0} \right]_i = A \left[\frac{P_{l,m}^{(1)}}{T} \right]_i - \left[\frac{P_{l,m}^{(2)} \mathcal{E} A^\sigma}{T} \right]_i \quad (9)$$

donde i es el índice que señala cada réplica de la colisión.

Se generan variables aleatorias η_x y se hacen flotar los exponentes críticos de la ley de Fisher y la excitación crítica:

$$\tau^{(t+1)} = \tau^{(t)} + \eta_\tau \quad (10)$$

$$\sigma^{(t+1)} = \sigma^{(t)} + \eta_\sigma \quad (11)$$

$$e_C^{*(t+1)} = e_C^{*(t)} + \eta_{e_C^*} \quad (12)$$

Durante la iteración se conservan los valores de los exponentes críticos que minimizan el estadístico χ^2 [9] hasta que se ajusta de la manera más óptima la Ley de Fisher. Con este fin se simularon veinte mil réplicas de las colisiones $\text{Zn}^{76} + \text{Ca}^{40}$ y $\text{Zn}^{76} + \text{Ar}^{40}$. De esta forma se obtuvo un estimador de la excitación crítica para ambas colisiones.



Una vez que se obtuvo el mejor estimador de la excitación crítica, se usó la siguiente relación entre la temperatura y la excitación para obtener un estimador de la temperatura crítica:

$$e_C^* = E_{x,c} / A = T^2 / 13 \quad (13)$$

Esta relación, que supone un comportamiento tipo gas degenerado de Fermi, se cumple mejor que los termómetros empíricos basados en las razones de isótopos, lo que ha sido comprobado por Moretto *et al.* en su estudio sobre la evaporación en el decaimiento del núcleo compuesto [10]. Sin embargo, en otros estudios se ha cuestionado la hipótesis de que cerca del punto crítico los sistemas nucleares se comporten como un gas degenerado de Fermi, pues la relación $E/A = aT^2$ se cumple para fragmentos que son producidos a temperaturas bajas moderadas y en las colisiones de energía intermedia se encuentran en el estado final partículas rápidas emitidas desde la región donde se traslapan el proyectil y el blanco.

Las colisiones de iones pesados fueron simuladas con el modelo semiclásico LATINO de interacción binaria que reproduce las fuerzas internucleónicas con un potencial de Pandharipande. El potencial Pandharipande de interacción binaria:

$$V_{nn} = V_{pp} = V_0 \left(\frac{e^{-\mu_0 r}}{r} - \frac{e^{-\mu_0 r_C}}{r_C} \right) \quad (14)$$

y:

$$V_{np} = V_r \left(\frac{e^{-\mu_r r}}{r} - \frac{e^{-\mu_r r_C}}{r_C} \right) - V_a \left(\frac{e^{-\mu_a r}}{r} - \frac{e^{-\mu_a r_a}}{r_a} \right) \quad (15)$$

está formado por combinaciones lineales de potenciales de Yukawa, cuyos coeficientes están diseñados para que el potencial reproduzca las propiedades de la materia nuclear y se cumpla el principio de exclusión de Pauli [11].

Los cúmulos son identificados a través de un algoritmo de reconocimiento temprano que optimiza las configuraciones en el espacio de energías. La partición más cohesionada (*Most Bound Partition*) es obtenida minimizando la suma de las energías de los cúmulos que pertenecen a cada partición:

$$\{C_i\} = \arg \min \left[E_{\{C_i\}} = \sum_i E_{int}^{C_i} \right] \quad (16)$$

donde la energía de cada cúmulo está dada por la expresión:

$$E_{int}^{C_i} = \sum_i \left[\sum_{ij \in C_i} K_j^{CM} + \sum_{j,k \in C_{int}, j \leq k} V_{jk} \right] \quad (17)$$

en la que la primera suma es sobre los cúmulos de la partición, K_j^{CM} es la energía cinética de la partícula j medida en el centro de masa del cúmulo que contiene a la partícula j , y V_{ij} es el potencial internucleónico. El algoritmo utiliza la técnica de “templado simulado” para encontrar la partición más cohesionada y optimiza la partición en el espacio de energía.

Los estados base de los núcleos ricos en neutrones o protones se construyeron a partir de una configuración aleatoria, a la que se proporcionó energía cinética y se le confinó en un potencial parabólico. Gradualmente se redujo la velocidad de los nucleones hasta que el sistema se ligó. Posteriormente se suprimió el potencial parabólico y se le aplicó un método de fricción hasta que el sistema alcanzó la energía de enlace teórica (Fig. 1).

El proyectil es arrojado sobre el blanco una vez que se la ha dotado con una energía cinética dada, variando también el parámetro de impacto. La evolución del sistema se simuló usando un algoritmo tipo Verlet [12], en el que se restan dos expansiones de Taylor, una hacia adelante y una hacia atrás en el tiempo:

$$\bar{r}(t + \Delta t) = 2\bar{r}(t) - \bar{r}(t - \Delta t) + \bar{a}(t)h^2 \quad (18)$$

$$\bar{v}(t + \Delta t) = \bar{v}(t) + 0.5 * [\bar{a}(t + \Delta t) + \bar{a}(t)]h \quad (19)$$

$$\bar{a}(t + \Delta t) = -(1/m)\nabla V(\bar{r}(t + \Delta t)) \quad (20)$$

La excitación se calcula como la temperatura alcanzada por el compuesto proyectil-blanco, en el momento de la máxima compresión. Esta temperatura es la que resulta de aplicar la Teoría Cinética a los n nucleones en el compuesto:

$$\frac{3}{2} nT = K^{CM} \quad (21)$$



Se varía la energía del proyectil en un rango que va de 600 a 2000 MeV y se deja evolucionar el sistema (Fig. 2) hasta que su composición microscópica permanece prácticamente congelada, salvo la expulsión de algunos monómeros. Este momento se puede identificar empleando el Coeficiente Microscópico de Persistencia, que se define como la probabilidad de que dos partículas unidas en un cluster de la partición X, permanezcan unidas en la partición Y:

$$P[X, Y] = \frac{1}{\sum_{cluster} n_i} \sum_{cluster} n_i a_i / b_i \quad (22)$$

donde b_i es el igual al número de parejas de partículas que pertenecen al cluster C_i de la partición $X \equiv \{C_i\}$ y a_i es el igual al número de parejas de partículas que pertenecen al cluster C_i de la partición $X \equiv \{C_i\}$ y que también pertenecen a un cluster dado C'_i de la partición $Y \equiv \{C'_i\}$. n_i es el número de partículas en el cluster C_i . La figura 3 muestra que la persistencia alcanza su valor asintótico después de que se han estabilizado tanto el tamaño del fragmento mayor (FM), como la derivada logarítmica de la energía cinética transportada por fragmentos ligeros así como la derivada logarítmica del número de fragmentos intermedios, en el caso de la colisión $Zn^{76}+Ar^{40}$ con una energía del proyectil igual a 1600MeV.

Resultados

Aplicando un algoritmo iterativo que varía los exponentes críticos de la Ley de Fisher, se obtiene un estimador de la excitación crítica que optimiza el ajuste de la Ley de Fisher con los datos de las simulaciones de las colisiones de iones pesados con diferentes balances de carga. De esta manera se han obtenido temperaturas críticas estimadas iguales a 7.5MeV para la colisión $Zn^{76}+Ca^{40}$ (Fig. 4) y 8.7 MeV en la colisión $Zn^{76}+Ar^{40}$. Estos valores se encuentran cerca de los obtenidos por Tapas Silk et. al. [13], tomando como señal el máximo en la capacidad calorífica a volumen constante. Y la diferencia entre las temperaturas críticas resulta ser mínima, en armonía con el estudio realizado por Souza et. al. [5].

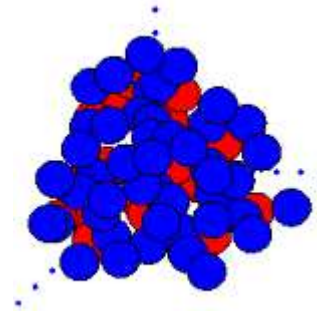


Fig 1.- Muestra el estado base del ión pesado Zn^{76} obtenido a partir de una configuración aleatoria, después de ser confinado inicialmente en un potencial parabólico y posteriormente enfriado por un método de fricción hasta alcanzar la energía de enlace teórica.

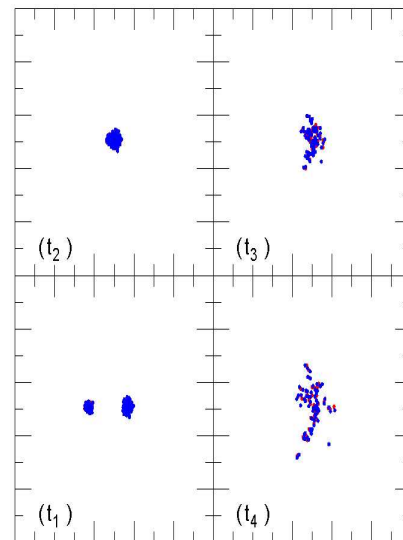


Fig 2.- Muestra la evolución de la colisión central $Zn^{76}+Ar^{40}$ con una energía del proyectil igual a 1600MeV, simulada mediante el modelo LATINO.

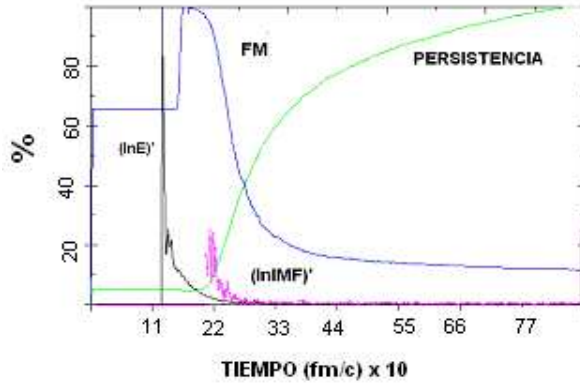


Fig 3.- Muestra que la persistencia alcanza su valor asintótico después de que se han estabilizado el tamaño del fragmento mayor (FM), la derivada logarítmica de la energía cinética transportada por fragmentos ligeros, así como la derivada logarítmica del número de fragmentos intermedios, en el caso de la colisión central $Zn^{76}+Ar^{40}$ con una energía del proyectil igual a 1600MeV.

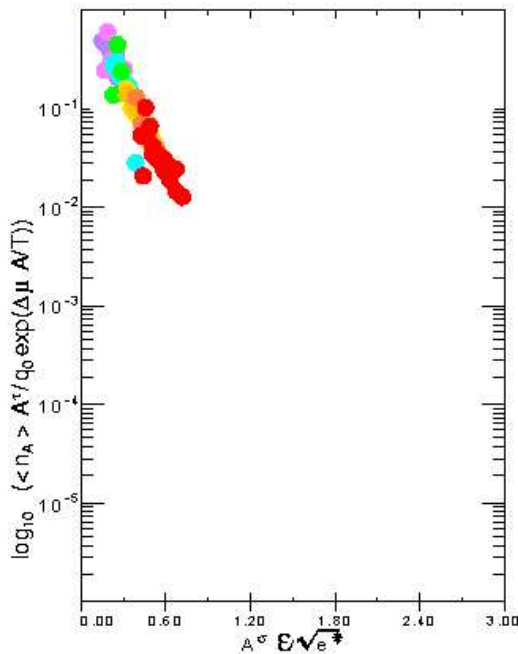


Fig 4.- Muestra el ajuste con el mejor estadístico χ^2 de la Ley de Fisher para encontrar los valores de los coeficientes de la expansión polinomial que ajustan de la manera más óptima la Ley de Fisher. Se usaron datos de veinte mil réplicas de las colisiones $Zn^{76}+Ca^{40}$ simuladas con el modelo LATINO.

Conclusiones

Un algoritmo iterativo ha sido desarrollado para obtener evidencia computacional de la influencia del cociente N/Z en la temperatura crítica de la materia nuclear, al comparar las estimaciones de las temperaturas críticas de dos colisiones con distintos valores de N/Z . La diferencia obtenida de aproximadamente 1MeV entre las temperaturas críticas de las colisiones $Zn^{76}+Ca^{40}$ y $Zn^{76}+Ar^{40}$, coincide con resultados experimentales y teóricos reportados recientemente, sobre la influencia mínima del isospin en la temperatura crítica de la materia nuclear.

Los autores agradecen el apoyo financiero de la Swiss National Science Foundation y el acceso a los recursos computacionales de la UAM-A y la Universidad de Texas en El Paso.

Referencias

- [1] A. Barrañón, J. Escamilla-Roa, J. A. López, "The Transition Temperature of the Nuclear Caloric Curve", *Brazilian Journal of Physics*, Vol. 34, pp. 904-906, 2004.
- [2] P. Danielewicz. "Surface Symmetry Energy", *Nucl. Phys. A* 727, pp. 233-268, 2003.
- [3] A. Barrañón, J. Escamilla-Roa, J. A. López, "Entropy in the nuclear caloric curve", *Physical Review C*, vol. 69, Number 1, pp. 1-6, 2004.
- [4] M. Veselsky, R.W. Ibbotson, R. Laforest, E. Ramakrishnan, D.J. Rowland, A. Ruangma, E.M. Winchester, E. Martín, S.J. Yennello, "Isospin dependence of isobaric ratio $Y(3H)/Y(3He)$ and its relation to temperature", *Phys. Lett. B*, vol. 497, pp. 1-7, 2001.
- [5] S.R. Souza, R. Donangelo, W.G. Lynch, W.P. Tan, M.B. Tsang, "Isoscaling bearing information on the nuclear caloric curve," *Phys. Rev. C*, vol. 69, 031607, 2004.
- [6] M.E. Fisher. "The theory of equilibrium critical phenomena", *Rep. Progr. Phys.* 30, pp. 615-730, 1967.
- [7] J.B. Elliott, L.G. Moretto, L. Phair, G.J. Wozniak. " Nuclear multifragmentation, percolation and the Fisher Droplet Model: common features of reducibility and thermal scaling", *Phys. Rev. Lett.* 85, 1194, 2000.
- [8] A. Barrañón, A.Chernomoretz, C.O.Dorso, J.Lopez, and J.Morales, "LATINO: A Semiclassical Model to Study Nuclear Fragmentation.", *Rev. Mex. de Fís.*, vol. 45 Supl. 2, Oct., 1999.
- [9] P. Hoel. *Introduction to Mathematical Statistics*, New York: J. Wiley, 4 ed., 1971, p. 254.
- [10] L. G. Moretto, J. B. Elliott, L. Phair, G. J. Wozniak, "Liquid-vapor phase transition in nuclei or compound nucleus decay?", *Preprint arXiv: nucl-ex/0209009*, 2002. Reporte LBNL-51306.



- [11] R. J. Lenk, T.J. Schlagel y V. R. Pandharipande. "Accuracy of the Vlasov/Nordheim approximation in the classical limit". *Phys. Rev. C* 42, pp. 372-385, 1990.
- [12] L. Verlet, "Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules" *Phys. Rev.* 159, 98, 1967. L. Verlet, *Phys. Rev.* 165, 201, 1967.
- [13] T. Sil, S.K. Samaddar, J.N. De y S. Shlomo, "Liquid-Gas phase transition and its order in finite nuclei," *ArXiv:nucl-th/0210021*, Oct. 2002.

Armando Barrañón Cedillo

Licenciado en Física y Matemáticas egresado de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional en 1986. Obtuvo el grado de Maestría en Estadística Aplicada en la Universidad de Texas en 1989 y el Doctorado con la distinción *Magna cum Laude* en 2004 en la Universidad La Salle. Es profesor titular C de tiempo completo en el Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. Es miembro de la Colaboración Latino dedicada a estudiar los fenómenos críticos en las colisiones de iones pesados. Ha presentado más de cien conferencias a nivel nacional e internacional, es autor de 20 artículos de investigación y 48 artículos en Memorias de Congreso.

Dirección del autor: Rinconada Lago Superior 42,
Col. Legaria México, D.F., México.
email: bca@correo.azc.uam.mx