LOS CAMPOS MAGNÉTICOS EN EL ESPACIO LIBRE

1. CAMPOS MAGNETICOS ESTATICOS.

Es criterio actual identificar la existencia de un campo magnético por el efecto que este produce sobre cargas eléctricas en movimiento. De este modo se consideran bajo los mismos principios problemas tales como la aceleración de partículas y las fuerzas que actúan en las máquinas eléctricas.

Se ha demostrado experimentalmente que cuando existe una carga de prueba q en movimiento en un campo magnético caracterizado por una inducción **B** , la carga experimenta una fuerza magnética $\mathbf{F_m}$ expresada por

$$\mathbf{F_m} = q.\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Una inducción de 1 Tesla = 1 Wb/m2 = 10000 Gauss provoca sobre una carga de 1 Coulomb que se mueve en dirección normal al campo magnético una fuerza de 1 N.

Si combinamos la acción de un campo eléctrico y un campo magnético, la fuerza electromagnética resultantes es :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Ecuación debida a Lorentz, que se comprueba experimentalmente y que no puede ser derivada de otros postulados.

Una carga en movimiento constituye una corriente y esta a su vez es fuente de un campo magnético, como adelantamos en la introducción.

2. POSTULADOS FUNDAMENTALES DE LA MAGNETOSTÁTICA EN EL ESPACIO LIBRE.

Con excepción de los materiales ferromagnéticos (níquel, cobalto, hierro y sus aleaciones) la permeabilidad de las sustancias es muy aproximadamente la del espacio libre : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m

Por lo tanto, en los medios no magnéticos se considera este último valor.

En un medio no magnético valen los siguientes postulados :

$$\nabla.\mathbf{B} = 0$$

y

$$\nabla x\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$$

Aplicando el teorema de la divergencia al primer postulado, la integral de la divergencia de la inducción magnética sobre un volumen arbitrario es igual al flujo de la inducción a través de la superficie que limita el volumen :

$$\int_V \nabla.\mathbf{B}dv = \oint_S \mathbf{B}.d\mathbf{S} = 0$$

Por ser nula la integral, la cantidad de líneas de campo magnético que entran a la superficie es igual a la cantidad de líneas que salen de la misma. En consecuencia, las líneas de inducción se cierran sobre sí mismas. A diferencia del campo electrostático no hay fuentes ni sumideros. Esta ecuación también se conoce como **ley de conservación del flujo magnético,** pues establece que el flujo magnético total de salida a través de cualquier superficie cerrada es cero.

Considerando la propiedad de los campos vectoriales de que la divergencia del rotor es nula :

$$\nabla.(\nabla x\mathbf{B}) = 0$$

o sea :

$$\nabla.\mathbf{J} = 0$$

que es consistente con la condición de corrientes estacionarias.
Aplicando el teorema de Stokes, el flujo del rotor del vector inducción a través de una superficie abierta es igual a la integral curvilínea del vector inducción sobre la línea que limita la superficie :

$$\int_S (\nabla x\mathbf{B}).d\mathbf{S} = \mu_0\int_S \mathbf{J}.d\mathbf{S} \rightarrow \oint_C \mathbf{B}.d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

que es la conocida **ley de Ampère** de la corriente total : **la circulación de la inducción magnética a través de una trayectoria cerrada en un medio no magnético es igual a la corriente total que fluye a través de la superficie limitada por la trayectoria.**

3. POTENCIAL VECTORIAL MAGNÉTICO.

Aplicando propiedades del análisis vectorial al primer postulado, si

$$\nabla.\mathbf{B} = 0 \rightarrow \mathbf{B} = \nabla x\mathbf{A}$$

Reemplazando en el segundo postulado

$$\nabla x \nabla x\mathbf{A} = \mu_0\mathbf{J}$$

Pero

$$\nabla x \nabla x\mathbf{A} = \nabla(\nabla.\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$$

Elegimos $\nabla\mathbf{A} = 0$ para simplificar la expresión y resulta

$$\nabla^2\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}$$

que es la **ecuación vectorial de Poisson.** Equivale a tres ecuaciones escalares de Poisson :

$$\nabla^2 A_x = -\mu_0 J_x$$
$$\nabla^2 A_y = -\mu_0 J_y$$
$$\nabla^2 A_z = -\mu_0 J_z$$

Hallaremos la solución por analogía matemática. Recordemos que

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon_0} \rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\rho_v}{R}dv'$$

Entonces

$$\nabla^2\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}}{R}dv' \qquad \text{(Wb/m)}$$

El **flujo magnético** a través de un área S limitada por un contorno C es

$$\Phi = \int_S \vec{B}.d\vec{S}$$

Por teorema de Stokes

$$\Phi = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \qquad \text{(Wb)}$$

que ofrece una interpretación física del potencial vectorial magnético.

4. LEY DE BIOT Y SAVART.

Sea un alambre delgado con sección transversal S, que transporta una corriente continua I .

dv'=Sdl'

Jdv'=JS**dl**'=I**dl**'

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}\,'}{R} \qquad \text{(Wb/m)}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C'} \nabla \times \left(\frac{d\vec{l}\,'}{R}\right)$$

Operando la expresión $\nabla \times \left(\frac{d\vec{l}\,'}{R}\right)$ resulta la ley de Biot y Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}\,' \times \breve{a}_R}{R^2}$$

que puede escribirse en dos pasos :

$$\vec{B} = \oint_{C'} d\vec{B}$$

con

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{d\vec{l}\times\vec{a}_R}{R^2}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{d\vec{l}\times\vec{R}}{R^3}\right)$$

5. PROBLEMAS.

Problema 5.1. : Una espira rectangular de 30*40 cm es recorrida por una corriente de 200 A. Calcular **B** en el centro de la espira.

Problema 5.2. Una espira circular de radio r se encuentra en el plano x-y, con su centro en el origen. Determinar la inducción magnética en un punto del eje z, si la espira es recorrida por una corriente de sentido antihorario.