CORRIENTES ELECTRICAS ESTACIONARIAS

INDICE

1. CORRIENTES DE CONVECCIÓN Y DE CONDUCCIÓN.

El movimiento de cargas libres ocasiona dos tipos de corriente eléctrica : *corrientes de convección y corrientes de conducción.*

Las corrientes de convección se deben al movimiento de partículas con carga positiva o negativa en el vacío, en un gas enrarecido o en el aire. Como ejemplo conocido tenemos los haces de electrones en un tubo de rayos catódicos y las descargas atmosféricas. No están regidas por la ley de Ohm.

El mecanismo de las corrientes de conducción es distinto. En su estado normal los átomos de un conductor ocupan posiciones regulares en la estructura cristalina. Los átomos consisten en un núcleo con carga positiva rodeados de electrones dispuestos en capas. Los electrones de las capas exteriores tienen una ligadura muy débil con el núcleo y pueden pasar de un átomo a otro en forma aleatoria. Cuando se aplica un campo eléctrico externo a un conductor tiene lugar un movimiento organizado de los electrones de conducción y se produce una corriente eléctrica. La velocidad media de deriva de los electrones es muy baja, del orden de 10^{-4} o 10^{-3} m/s, ya que chocan con los átomos durante su movimiento y disipan parte de su energía cinética en forma de calor (efecto Joule).

INDICE

2. DENSIDAD DE CORRIENTE.

Es conveniente definir una función puntual vectorial, la **densidad de corriente J,** en amperes por metro cuadrado. En el caso de las corrientes de conducción puede haber más de un tipo de portador de carga (electrones, lagunas) moviéndose con distintas velocidades.

$$\mathbf{J} = \sum_i N_i q_i \mathbf{v}_i \qquad (\text{A/m}^2) \qquad\qquad (\text{Demostrar})$$

Las corrientes de conducción son el resultado del movimiento de deriva de los portadores de carga bajo la influencia de un campo eléctrico aplicado. Los átomos permanecen neutros (ρ_v =0) . En la mayoría de los materiales conductores la velocidad de deriva media es directamente proporcional a la intensidad de campo eléctrico.

En los conductores metálicos la velocidad media de los electrones resulta

$$\mathbf{v}_e=-\mu_e\mathbf{E} \qquad (m/s)$$

donde μ_e es la **movilidad del electrón** ($m^2/V*s$). Para el Cu es de $3,2*10^{-3}$ y para el aluminio $1,4*10^{-4}$.

A partir de la definición de densidad de corriente y de la movilidad del electrón obtenemos

$$\mathbf{J}= -\rho_e\mu_e\mathbf{E}$$

donde $\rho_e= -Ne$ es la densidad de carga de los electrones en movimiento y es una cantidad negativa. Podemos escribir

$$\boxed{\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}}$$

donde la constante de proporcionalidad $\sigma= - \rho_e\mu_e$ es un parámetro constitutivo del medio llamado **conductividad**. La ecuación que hemos deducido es una forma puntual de la ley de Ohm o **ley de Ohm microscópica**.

En el caso de los semiconductores, la conductividad depende tanto de la concentración como de la movilidad de electrones y lagunas (comparar valores con los conductores metálicos).

$$\sigma = -\rho_e\mu_e+\rho_l\mu_l$$

La unidad de conductividad es (A/v*m) o (S/m) (Dar valores más comunes). La resistividad es la inversa de la conductividad.

Ejercicio : Demostrar la ley de Ohm de la teoría de circuitos para un conductor homogéneo con sección transversal constante.

INDICE

3. ECUACION DE CONTINUIDAD Y PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF

El principio de conservación de la carga es uno de los postulados fundamentales de la física. Sea un volumen arbitrario V limitado por una superficie S. Dentro de la región existe una carga neta Q. Si fluye una corriente I hacia afuera de la región, la carga en el interior debe disminuir en la misma razón que la corriente y a la inversa.

$$I = \oint_S \mathbf{J}.d\mathbf{S} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho_v dv$$

Aplicando el teorema de la divergencia

$$\int_V \nabla.\mathbf{J} dv = -\int \frac{\partial \rho_v}{\partial t} dv$$

Resulta

$$\nabla.\mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \qquad (A/m^3)$$

Esta relación se denomina **ecuación de continuidad.** En el caso de corrientes estacionarias la densidad de carga no cambia con el tiempo

$$\nabla.\mathbf{J} = 0$$

Las corrientes eléctricas estacionarias tienen divergencia nula, o sea, son solenoidales. Esto quiere decir que las líneas de flujo de las corrientes estacionarias se cierran sobre si mismas.

$$\oint \mathbf{J}.d\mathbf{S} = 0$$

Que puede escribirse como

$$\sum_j I_j = 0$$

que es la expresión de la primera ley de Kirchhoff.

Ejercicio : Calcular el tiempo de relajación en el Cu y en el caucho.

INDICE

4. DISIPACION DE POTENCIA Y LEY DE JOULE

El trabajo realizado por el campo eléctrico **E** para mover una carga q a una distancia Δl es q.(**E**. Δ**l**) , que corresponde a una potencia

$$p = \text{lím}_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = q\,\mathbf{E}\,\mathbf{v}$$

La potencia total suministrada a todos los portadores de carga en un volumen dv es

$$dP = \sum_i p_i = \mathbf{E}.(\sum_i N_i q_i \mathbf{v}_i)dv$$

y reemplazando

$$dP = \mathbf{E.J}dv$$

o

$$\frac{dP}{dv} = \mathbf{E.J} \qquad (W/m^3)$$

La función puntual **E.J** es la densidad de potencia en condiciones de corriente estacionaria. Para un volumen V, la potencia eléctrica total convertida en calor resulta

$$P = \int_V \mathbf{E.J}\,dv \qquad (W)$$

ecuación conocida como **ley de Joule**.

Ejercicio : Demostrar la ecuación de la potencia óhmica.

INDICE

5. CONDICIONES DE FRONTERA

En una superficie de separación entre dos medios diferentes : a) un campo con divergencia nula tiene una componente normal continua y b) un campo irrotacional tiene una componente tangencial continua.

Para corrientes estacionarias , en la superficie de separación de dos medios conductores

$$J_{1n} = J_{2n} \qquad (A/m^2)$$

y

$$\frac{J_{1t}}{\sigma_1} = \frac{J_{2t}}{\sigma_2}$$

o

$$\frac{J_{1t}}{J_{2t}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

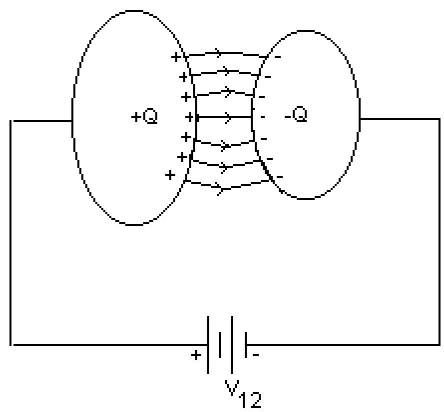
INDICE

INDICE

6. CALCULOS DE RESISTENCIA.

La capacidad entre dos conductores separados por un medio dieléctrico es

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\oint_S D.dS}{-\int_L E.dl} = \frac{\oint_S \varepsilon E.dS}{-\int_L E.dl}$$



Cuando el medio dieléctrico tiene pérdidas (tiene una conductividad muy pequeña pero distinta de cero), fluirá una corriente del conductor positivo al negativo y se establecerá en el medio un campo de densidad de corriente. La resistencia entre los conductores es

$$R = \frac{V}{I} = \frac{-\int_L E.dl}{\oint_S J.dS} = \frac{-\int_L E.dl}{\oint_S \sigma E.dS}$$

Efectuando el producto de R por C resulta

$$RC = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

Para un medio homogéneo, si se conoce la capacidad entre dos conductores, podemos obtener la resistencia directamente de la última relación.

INDICE