

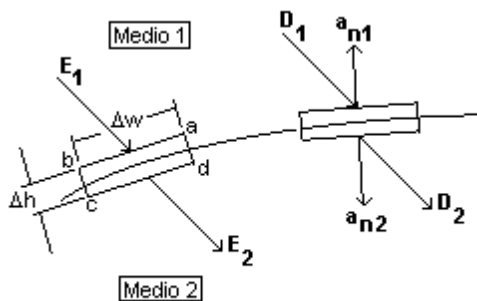
CONDICIONES LÍMITES EN EL CAMPO ELECTROSTÁTICO – CAPACIDAD - ENERGÍA

INDICE

1. CONDICIONES DE CONTORNO EN EL LÍMITE DE SEPARACIÓN DE DOS MEDIOS.

Sea una superficie entre dos medios generales y una trayectoria abcd. Sobre la misma

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$



$$\oint_{abcd} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_1 \cdot \Delta w + E_2 \cdot (-\Delta w) = E_{t1} \cdot \Delta w - E_{t2} \cdot \Delta w \Rightarrow \boxed{E_{t1} = E_{t2}}$$

LA COMPONENTE TANGENCIAL DE UN CAMPO E ES CONTINUA A TRAVÉS DE UNA SUPERFICIE DE SEPARACION.

Si 1 y 2 son dieléctricos con permitividades ϵ_1 y ϵ_2

$$\boxed{\frac{D_{t1}}{\epsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\epsilon_2}}$$

Para hallar la relación entre las componentes normales construimos una caja con la cara superior en el medio 1 y la inferior en el 2. Aplicamos el teorema de Gauss.

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = (\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{a}_{n1} + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{a}_{n2}) \Delta S = \mathbf{a}_{n2} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) \Delta S = \rho_s \Delta S$$

$$\mathbf{a}_{n2} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$$

LA COMPONENTE NORMAL DE D ES DISCONTINUA A TRAVES DE UNA SUPERFICIE DE SEPARACION CUANDO EXISTE UNA CARGA SUPERFICIAL, Y LA CANTIDAD DE DISCONTINUIDAD ES IGUAL A LA DENSIDAD SUPERFICIAL DE CARGA.

- a) Si el medio 2 es un conductor $D_2=0$ y $D_{n1}=\epsilon_1 \cdot E_{n1}=\rho_s$
- b) Entre dos dieléctricos en contacto sin cargas libres en la superficie de separación, $\rho_s=0 \Rightarrow D_{1n}=D_{2n}$ o $\epsilon_1 \cdot E_{n1}=\epsilon_2 \cdot E_{n2}$

INDICE

2. CAPACIDAD Y CONDENSADORES.

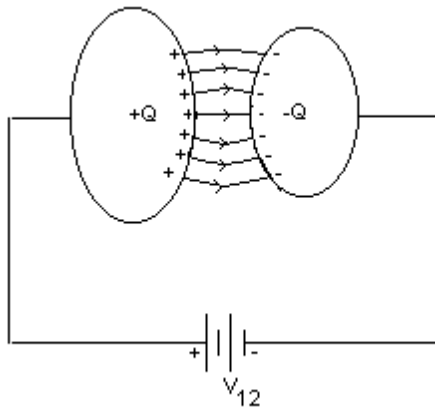
En un conductor aislado existe proporcionalidad entre su potencial y la carga

$$Q = C \cdot V$$



Capacidad (F)=(C)/(V)

El condensador o capacitor consiste en dos conductores separados por el espacio libre o un dieléctrico. Cuando se conecta una fuente de c.c. ocurre una transferencia de carga que produce una carga $+Q$ en un conductor y $-Q$ en el otro.



$$C = \frac{Q}{V_{12}}$$

La capacidad de un condensador es una propiedad física de un sistema de dos conductores. Depende de la geometría del condensador y de la permitividad del medio.

Procedimiento de cálculo de la capacidad.

- 1.-Elegir sistema de coordenadas.
- 2.-Suponer $+Q$ y $-Q$ en los conductores.
- 3.-Calcular $\mathbf{E}$.

4. Encontrar $V_{12} = - \int_2^1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$

5. Calcular C .

Practique el procedimiento en los siguientes ejemplos cuyos resultados son:

1) Condensador de placas paralelas $C = \epsilon \frac{S}{d}$

2) Condensador cilíndrico $C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln(\frac{b}{a})}$

[INDICE](#)

3. ENERGÍA ELECTROSTÁTICA.

El potencial eléctrico en un punto de un campo eléctrico es el trabajo necesario para traer una unidad de carga positiva desde el ∞ (potencial de referencia cero) a dicho punto. Para traer una carga Q_2 desde el ∞ contra el campo creado por una carga Q_1 en el espacio libre, hasta una distancia R_{12} , el trabajo es :

$$W_2 = Q_2 V_2 = Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}$$

También, si se trae Q_1 desde el ∞ contra el campo creado por Q_2

$$W_2 = Q_1 \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} = Q_1 V_1$$

Promediando las expresiones de la energía:

$$W_2 = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 + Q_2 V_2)$$

Extendiendo el resultado a un grupo de N cargas puntuales discretas en reposo :

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_k V_k \quad (J)$$

Para una distribución continua:

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho_v V dv \quad (J)$$

Con objeto de deducir la expresión general de la densidad de energía almacenada en un campo electrostático estudiaremos el caso simple de un condensador plano cargado a potencial V . La teoría de circuitos nos permite demostrar que la energía almacenada es

$$W_c = \frac{1}{2} CV^2$$

Si S es el área de las placas y d su separación tenemos:

$$V = E d \quad \text{y el volumen} \quad v = S d$$

Reemplazando en W_e los valores de la capacidad (indicado en la página anterior) y el potencial, y dividiendo por el volumen resulta la densidad de energía electrostática:

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

Utilizando las fórmulas de energía calcular la capacidad de un condensador cilíndrico.

INDICE

4. FUERZAS ELECTROSTÁTICAS.

Consideremos un **sistema aislado** de cuerpos conductores cargados y dieléctricos separados entre sí sin conexión con el exterior. Las cargas de los cuerpos son constantes. Supongamos que las fuerzas electrostáticas (COULOMB) han desplazado uno de los cuerpos una distancia **dl**

$$dW = - dW_e = \mathbf{F}_Q \cdot d\mathbf{l}$$

↙ Fuerza sobre el cuerpo
a carga constante.

(Trabajo mecánico realizado por el sistema) = (Disminución de energía electrostática almacenada)

Pero

$$dW_e = (\nabla W_e) \cdot d\mathbf{l} \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{F}_Q = - \nabla W_e}$$

Desarrollando

$$\boxed{(F_Q)_x = - \frac{\partial W_e}{\partial x} \quad (F_Q)_y = - \frac{\partial W_e}{\partial y} \quad (F_Q)_z = - \frac{\partial W_e}{\partial z}}$$

Problema. Determinar la fuerza sobre las placas conductoras de un condensador de placas paralelas cargado, cuyas placas tienen un área S y están separadas una distancia x por aire. Considera usted que esta disposición es práctica para producir fuerzas y pares?

[INDICE](#)