Profundización del uso de las planilla de cálculo Excel como recurso didáctico matemático y auxiliar de prácticas de laboratorio.

PROF. LEILA D. TAJANI

Departamento de Matemática, Física y Cosmografía
Instituto de Enseñanza Superior Nº1 "Dra. Alicia Moreau de Justo"
Córdoba 2016- Buenos Aires leilatajani@arnet.com.ar

El presente trabajo tiene origen en mi experiencia personal al tomar el dictado de la materia Cálculo Numérico perteneciente al último año del Profesorado de Matemática, Física y Cosmografía, complementado con mi trabajo como ayudante de Laboratorio de Física en la misma carrera.

El aprendizaje de los métodos numéricos tradicionales, ha dejado de tener vigencia con el advenimiento de numerosos programas matemáticos muy potentes y de variada dificultad: Derive, Study Work, Mathemática, Matlab, etc. Hoy por hoy una integral complicada o una ecuación no lineal no revisten mayor dificultad de resolución. Por ello, los objetivos que el "Cálculo Numérico" tenía hace 10 años atrás han cambiado a tal punto que ha desaparecido como materia en la Facultad de Ingeniería de la UTN ,entre otras universidades.

En lo que respecta a la formación del docente de matemática, he rescatado de esos métodos sus objetivos y algoritmos fundamentales que siguen teniendo una gran riqueza conceptual, sobre todo para el profesor en formación. Pero el uso de estos recursos informáticos se ve muchas veces dificultado por la inexistencia de los mismos en las escuelas y universidades, ya sea por su alto costo o por lo limitado del hardware de las instituciones. Estas dos últimas razones también limitan el uso hogareño de estas aplicaciones tanto en alumnos como profesores. Sin embargo estos inconvenintes se pueden sortear si se trata de aprovechar el software más comunmente presente en todas las computadoras personales: el paquete Office de Microsoft, particularmente la planilla de cálculo Excel. Este programa tiene una gran potencia matemática y lógica que no es conocida por el usuario común. Los jóvenes de la escuela media y de los primeros cursos universitarios suelen utilizarla (en el mejor de los casos) sólo para listas simples.

Por todo lo antes dicho, trato de orientar a los futuros profesores en el aprendizaje de esta herramienta, para que puedan usarla con un fin didáctico en matemática y/o utilitario, en el caso de aplicaciones de laboratorio de física.

Lo que sigue son ejemplos cortos de varias aplicaciones y sus fundamentaciones respectivas.

a) Análisis de funciones (intervalos de positividad y negatividad, ceros)
b) Derivada y diferencial
c) Ecuaciones diferenciales por diferencias finitas
d) Ajuste de curvas a datos experimentales
e) Uso de las escalas logarítmicas

Generalidades sobre el uso de la planilla

Para realizar todos los ejemplos que luego se describen, se requiere una habilidad mínima con las siguientes operaciones:

- Direccionamiento de celdas
- Operaciones entre celdas
- Referencias absolutas y relativas
- Copia relativa
- Uso del comando PEGAR FUNCION y sus opciones **matemáticas** y **lógicas**
- Uso del comando ASISTENTE PARA GRAFICOS
- Uso completo del menú GRAFICOS

a) Análisis de funciones

En los cursos de escuela media y de los primeros años de carreras de nivel superior, el análisis de funciones es enfocado analítica y gráficamente. Mi propuesta es enfoncar el tema desde la generación de la tabla de valores

XY, ya que obtenerla es muy sencillo con la ayuda de la planilla de cálculo. Normalmente este recurso es poco usado ya que, para funciones de cierta dificultad, la obtención de pares ordenados se hace tediosa.

La tabla del Anexo nº1 está extraido de una planilla Excel, para el desarrollo de la función $f(x) = x^2 - 1$. Mediante funciones lógicas se puede agregar la columna que identifica la positividad y negatividad y la existencia de ceros. El recuadro lateral permite variar el tamaño el dominio y el incremento de la variable. Esto último es especialmente útil cuando se detecta un cambio de signo para funciones continuas, ya que se puede inspeccionar el intervalo adecuado para detectar los ceros de la función.

Ventajas observadas:

- Mejora la identificación de las variables independiente y dependiente ya que el alumno debe "programar la función haciendo referencia a direcciones de celdas cuyo contenido puede cambiar a voluntad, obteniendo el nuevo resultado inmediatamente
- Se observa más contundentemente el echo de que la variable independiente puede adoptar "cualquier valor" mientras pertenezca al dominio
- Si un valor de la v.i. no pertenece al dominio, la celda vinculada respectiva da un mensaje de error
- Se viazualisa más claramente que un intervalo de positividad o negatividad es un conjunto de v.i. cuyas imágenes son positivas o negativas. La determinación de esto intervalos se logra por inspección directa de la tabla
- De igual modo se comprende que un "cero" de la función es un valor de la v.i. cuya imagen es nula.

Podríamos seguir enumerando ventajas, pero a esta altura la imaginación de docentes y alumnos puede arbitrar las variantes deseadas.

b) Derivada y diferencial

b.1) Con simples tablas puede verificarse que el cociente de incrementos de una función cuando el incremento de la v.i. se hace más pequeño, se aproxima a la función derivada como se observa en la tabla y gráficos del Anexo nº2

b.2) De manera similar también puede verificarse que el incremento de una función se aproxima al diferencial, cuando el incremento de la v.i. disminuye como se observa en el ejemplo del Anexo nº3

En ambos casos las tablas se obtienen con operaciones sencillas entre celdas y copia relativa.

Ventajas observadas:

- Mejora la comprensión de los conceptos de derivada y diferencial
- Los alumnos identifican mejor la diferencia conceptual y operativa entre ambos términos

c) Ecuaciones diferenciales por diferencias finitas

Partiendo del echo demostrado en los ejemplos del apartado b) de poder aproximar la función derivada a un cociente de incrementos con un incremento de la v.i. apropiado, derivadas de orden superior podrán ser aproximadas con la misma idea.

Estos conceptos posibilitan la resolución de ecuaciones diferenciales utilizando restas y divisiones

Ventajas observadas:

- Se puede abordar el concepto de ecuación diferencial sin tener que tratar el tema integrales
- Si se trabaja en el nivel medio, pueden resolverse problemas que involucren este tipo de cuaciones sin necesidad de definirlas como diferenciales
- Se mejora la comprensión del concepto de "tasa de cambio" de una variable

Lo que se observa en el Anexo nº4 es la tabla y el gráfico obtenidos para la resolución de un transitorio en un circuito RLC serie.

d) Ajuste de curvas a datos experimentales

Obtenidos los datos de un práctico de laboratorio de física, es un objetivo en la mayoría de ellos, verificar alguna ley de variación de las magnitudes en juego o bien "decubrir" la función suyascente en el fenómeno estudiado.

La planilla de cálculo contiene entre sus funciones , la posibilidad de ajustar una curva a los datos ubicados en un gráfico cartesiano. Una vez volcado los datos y obtenido el gráfico cartesiano, se seleccionan los mismos con un doble click, y en la opción gráfico de la barra de opciones se elije "Ajuste de curvas". El resto puede seguirse fácilmente ya que el Excel se maneja mucho con los "asistentes". El programa usa el método de los cuadrados mínimos, obteniendose la ecuación de dicha curva y el coeficiente de determinación.

La curva de ajuste se puede elegir entre las siguientes posibilidades: lineal, polinómica, exponencial, logarítmica y potencial .

Ventajas observadas:

- Que el ajuste no sea manual, permite obtener una la conclusión rápida de la experiencia realizada ya que los alumnos vuelcan inmediatamente los resultados a la planilla y esto favorece a que lo engorroso del método de los cuadrados mínimos, deje en segundo plano el objetivo de la práctica de laboratorio.
- El poder variar el tipo de curva de ajuste, permite comparar los coeficientes de determinación, y así decidir la mejor opción
- Como la planilla permite dibujar los datos en un gráfico cartesiano con sus correspondientes segmentos de error, es muy interesante observar como la mejor curva pasa por la mayoría de los restangulos de error.

Ver el elejmplo del Anexo nº5

e) Uso de las escalas logarítmicas

Numerosas aplicaciones ingenieriles, necesitan de la elaboración de tablas en hojas logaritmicas o semilogaritmicas. Tal es el caso de las curvas de pérdidas totales de distintas chapas para la construción de máquinas electricas en función de la frecuencia o de tg δ en función de la frecuencia para dieléctricos. Estas pueden elaborarse muy sencillamente con las opciones gráficas del Excel ya que una vez ingresados los datos y obtenido un gráfico cartesiano se realiza un doble click en cada uno de los ejes y el menú contextual que aparece tiene la solapa "escala" donde sólo hay que tildar la opción "escala logarítmica".

También pueden volcarse los datos de una experiencia y buscar la función interpolante, linealizando dichos datos con un cambio de escala apropiado. Por ejemplo, si el fenómeno analizado responde a una función del tipo

$$y = A.x^B$$

aplicando logaritmos en ambos miembros obtenemos

$$\log\ y = \log\ A + B.\log\ X$$

La linealización obtenida en hoja logaritmica nos llevará a la lectura directa del valor de A (ordenada al origen) y el cálculo de B como

$$B = \frac{\log\ y_2 - \log\ y_1}{\log\ x_2 - \log\ x_1}$$

Si el fenómeno respondiese a una función del tipo exponencial

$$y = A.B^x$$

aplicando logaritmos a ambos miembros obtenemos

$$\log\ y = \log\ A + x.\log\ B$$

La linealización obtenida en hoja semilogaritmica nos llevará a la lectura directa del valor de A (ordenada al origen) y el cálculo de B como

$$B = \frac{\log\ y_2 - \log\ y_1}{x_2 - x_1}$$

Ver ejemplos del Anexo nº6

Consideraciones generales

Bibliografía

Anexo nº1 $f(x) = x^2 - 1$

x	y						valor inicial	-2
-2,000	3,00	pos					valor inicial	-2
-1,700	1,89	pos					valor final	2
-1,400	0,96	pos					salto	0,3
-1,100	0,21	pos						
-0,800	-0,36	neg	posible cero entre	-1,1	-0,8			
-0,500	-0,75	neg						
-0,200	-0,96	neg						
0,100	-0,99	neg						
0,400	-0,84	neg						
0,700	-0,51	neg						
1,000	0,00	cero						
1,300	0,69	pos						
1,600	1,56	pos						
1,900	2,61	pos						
2,200	3,84	pos						

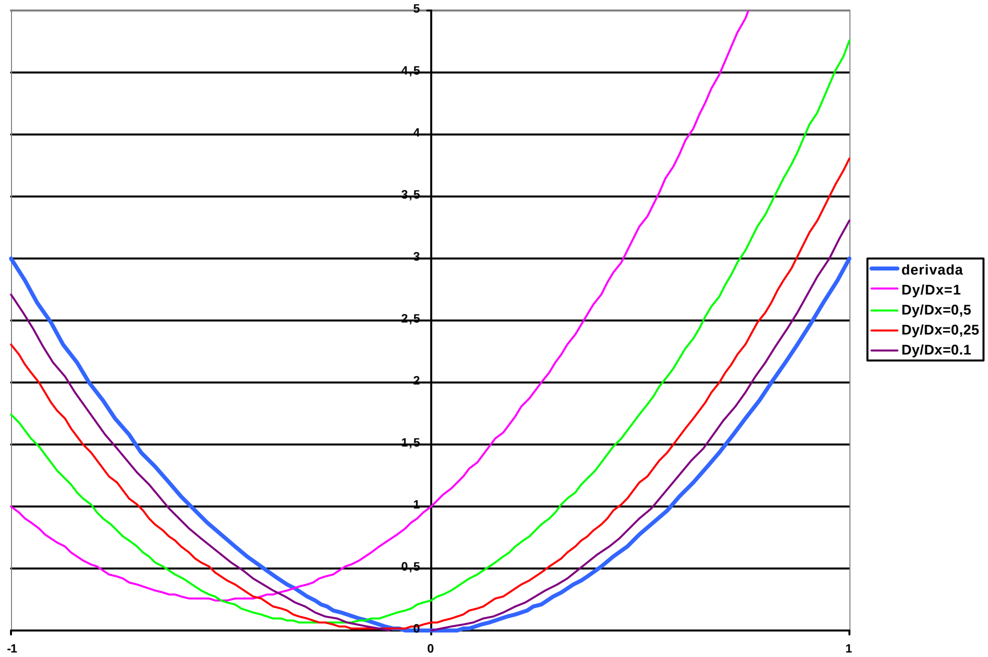
volver

Anexo Nº2

Para la función $f(x) = x^3$ con $\Delta x = 0,5$

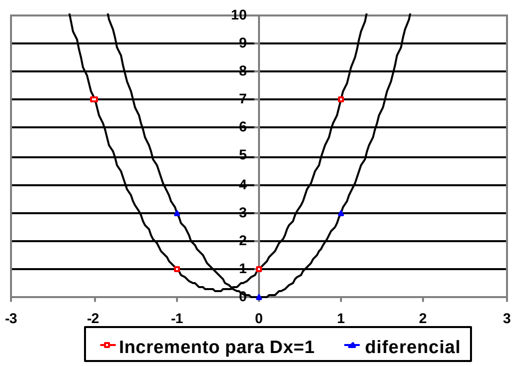
x	y	Δy	Dy/Dx	derivada	diferencial
-5	-125	33,875	67,75	75	37,5
-4,5	-91,125	27,125	54,25	60,75	30,375
-4	-64	21,125	42,25	48	24
-3,5	-42,875	15,875	31,75	36,75	18,375
-3	-27	11,375	22,75	27	13,5
-2,5	-15,625	7,625	15,25	18,75	9,375
-2	-8	4,625	9,25	12	6
-1,5	-3,375	2,375	4,75	6,75	3,375
-1	-1	0,875	1,75	3	1,5
-0,5	-0,125	0,125	0,25	0,75	0,375
0	0	0,125	0,25	0	0
0,5	0,125	0,875	1,75	0,75	0,375
1	1	2,375	4,75	3	1,5
1,5	3,375	4,625	9,25	6,75	3,375
2	8	7,625	15,25	12	6
2,5	15,625	11,375	22,75	18,75	9,375
3	27	15,875	31,75	27	13,5
3,5	42,875	21,125	42,25	36,75	18,375
4	64	27,125	54,25	48	24
4,5	91,125	33,875	67,75	60,75	30,375
5	125				

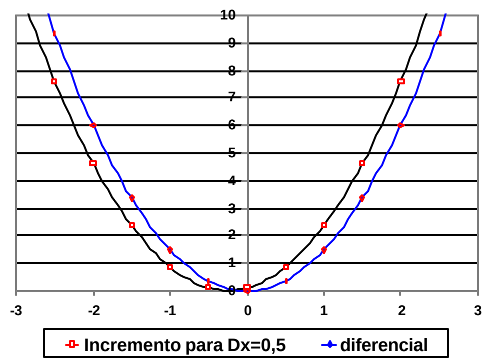
El siguiente gráfico muestra como las curvas de los cocientes incrementales se aproximan a la función derivada cuando Δx se hace cada vez más pequeño.

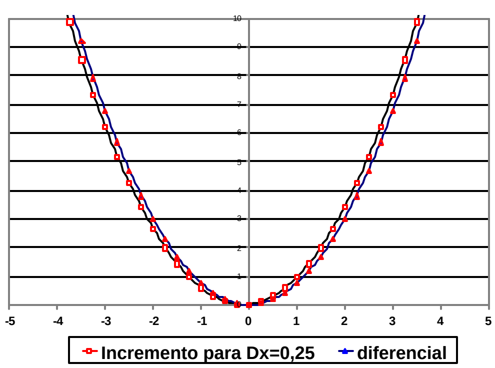


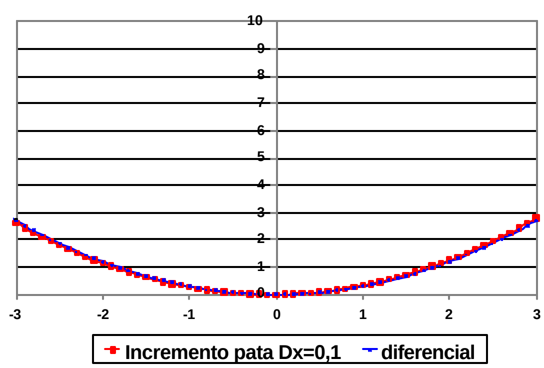
volver

Anexo nº3









volver

Anexo nº4

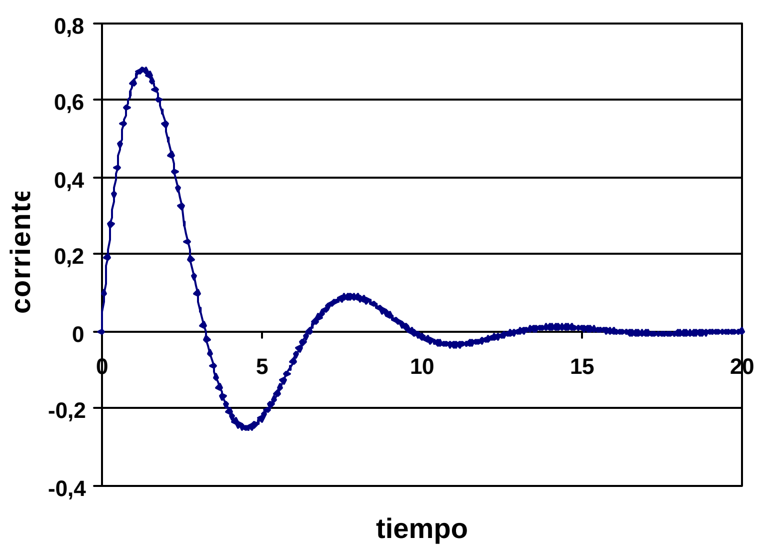
La ecuación diferencial a resolver es: $$i''+\frac{R}{L}.i'+\frac{1}{L.C}.i = 0$$

t	i	i x 1/LC	i'	i' x R/L	i"
0	0	0	1	0,7	-0,7
0,1	0,1	0,1	0,93	0,651	-0,751
0,2	0,193	0,193	0,8549	0,5984	-0,79143
0,3	0,27849	0,27849	0,7758	0,543	-0,82152
0,4	0,35607	0,35607	0,6936	0,4855	-0,841589
0,5	0,42543	0,42543	0,6094	0,4266	-0,852038
0,6	0,48637	0,48637	0,5242	0,367	-0,85334
0,7	0,5388	0,5388	0,4389	0,3072	-0,846031
0,8	0,58269	0,58269	0,3543	0,248	-0,830699
0,9	0,61812	0,61812	0,2712	0,1899	-0,807981
1	0,64524	0,64524	0,1904	0,1333	-0,778546
1,1	0,66428	0,66428	0,1126	0,0788	-0,743091
1,2	0,67554	0,67554	0,0383	0,0268	-0,702333
1,3	0,67937	0,67937	-0,032	-0,0224	-0,656997
1,4	0,67617	0,67617	-0,0977	-0,0684	-0,607811
1,5	0,66641	0,66641	-0,1584	-0,1109	-0,555499

	Rcrit =	20
i(0)=0	E=	10
	R=	7
i'(0)=E/L	L=	10
	C=	0,1
	DT=	0,1

i máx =	0,679369
t máx =	1,3
posición =	15

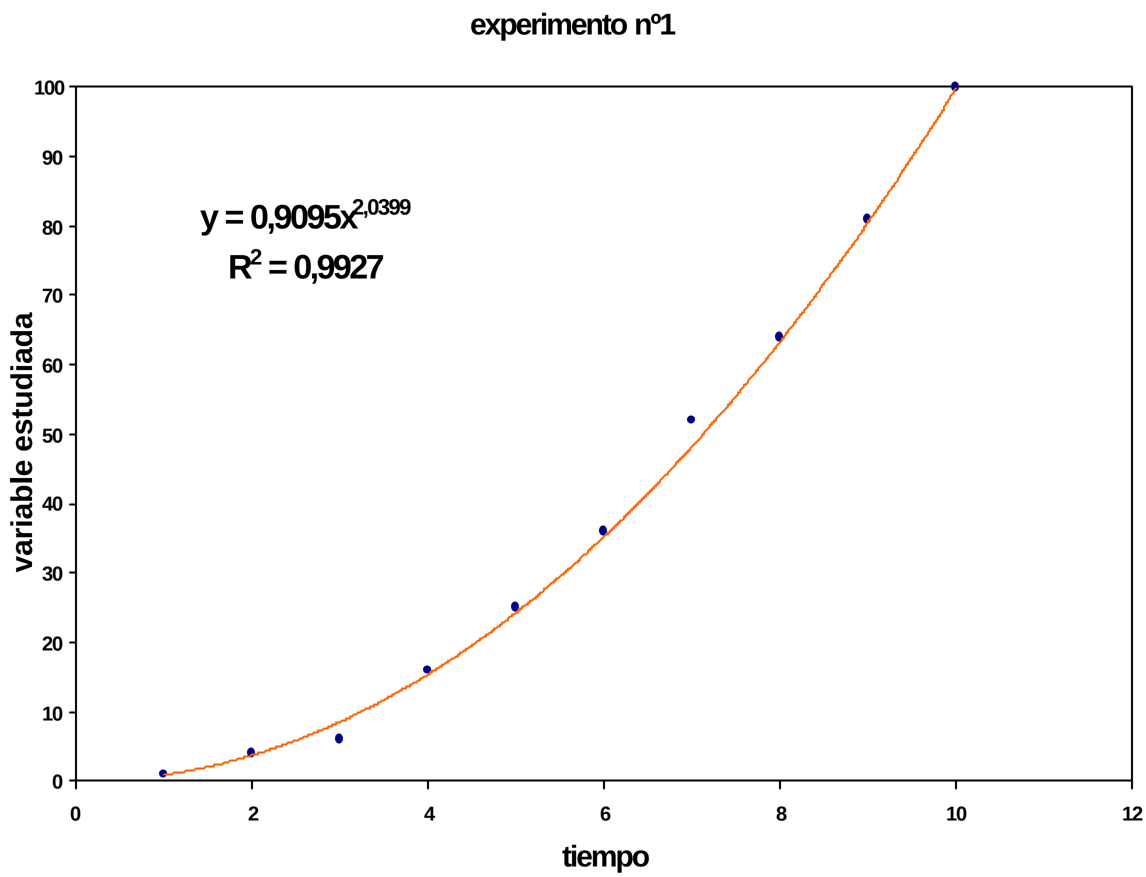
Esto es tan solo una fracción de la extensa tabla calculada.



volver

Anexo nº5

En este gráfico se observan una serie de pares ordenados, con sus respectivos segmentos de error, que responden aproximadamente a una función cuadrática. La función interpolante y el coeficiente de determinación se aprecian en el ángulo superior izquierdo.



volver

Anexo nº6

Gráfico de la función $y = 3.\sqrt{x}$ en hoja logarítmica

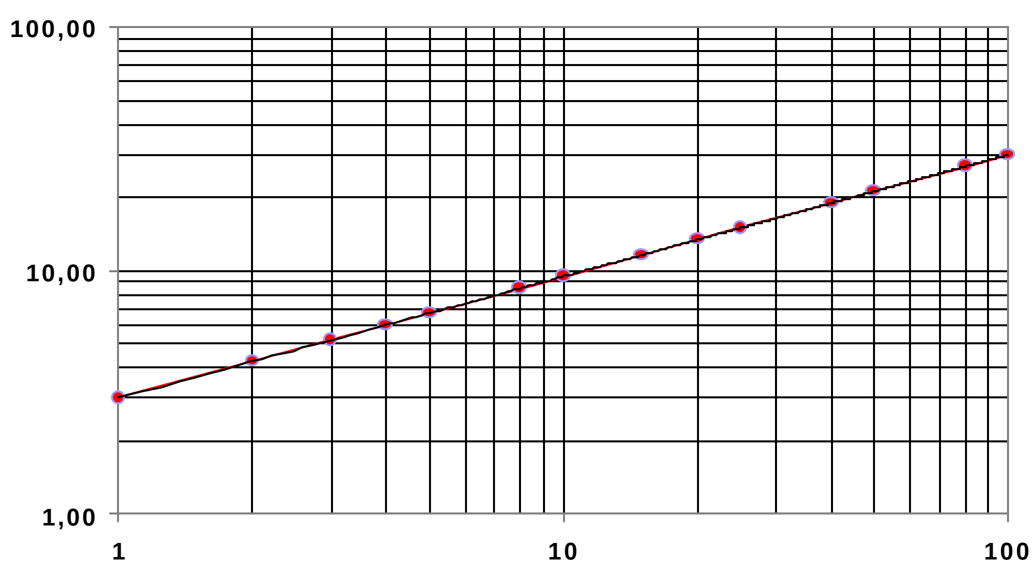
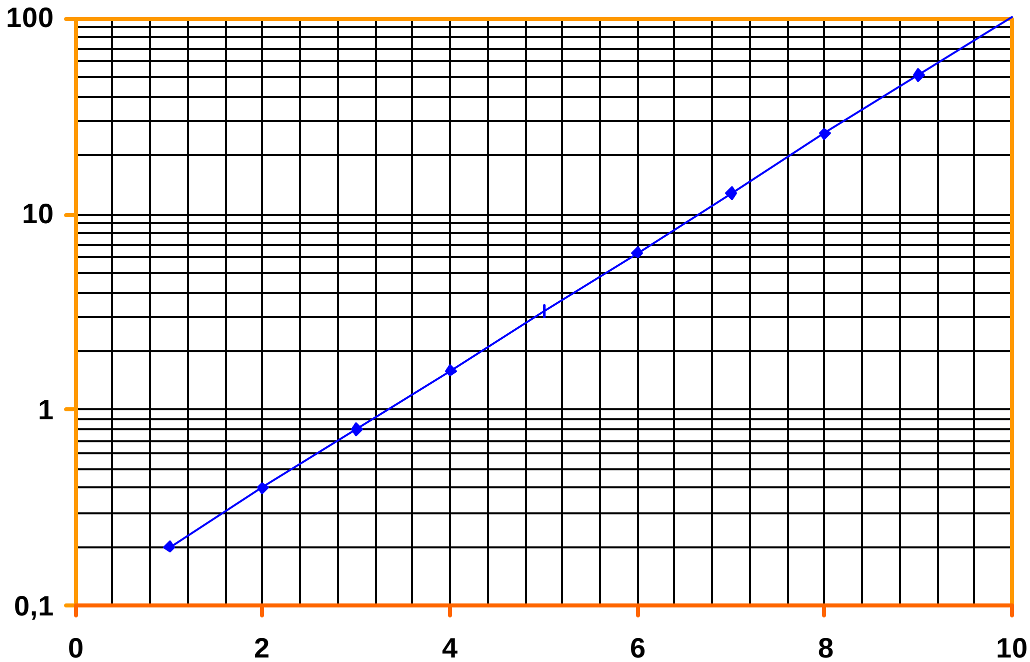


Gráfico de la función $y = 0{,}1.2^{x}$ en hoja semilogarítmica



volver

Consideraciones generales

Describir en este texto todos los pasos relizados en la programación de cada uno de los ejemplos, sería muy largo. La explicación oral junto a la ejecución de los ejemplos en la planilla Excel es mucho más explícita. Además en cada ejemplo surgen ideas nuevas basándose en el conocimiento de las posibilidades de la planilla y del tema que se esté tratando. Por ejemplo, en el caso de las ecuaciones diferenciales, a la resolución del transitorio de una configuración circuital, se puede agregar la detección del valor máximo de la corriente, el instante en que se da ese pico y su posición en la tabla, es decir que pueden agregarse funciones de base de datos. En el análisis de funciones, pude agregarse una columna con la función derivada y detectar intervalos de crecimiento, decrecimineto y puntos críticos usando las funciones lógicas de manera análoga al ejemplo del Anexo nº1.

Además hay otras fuciones matemáticas que se pueden aprovechar en distintos niveles educativos, por ejemplo la función Mínimo Común Múltiplo o Máximo Común Divisor y todas las funciones referidas a números complejos, además de por supuesto, las funciones estadísticas que son las que más se conocen de este programa.

Esto fue solo un conjunto de ideas orientadoras para incentivar a los docentes a profundizar su conocimiento sobre esta herramienta tan difundida entre los usuarios de PC, entre los que se destacan nuestros alumnos, que la mayoría de las veces no conocen la cantidad de tareas que con ella pueden realizar.

Bibliografía

- Manuel Sadosky (1981)
“Cálculo Numérico y Gráfico”
Editorial del Colegio - Buenos Aires

- Curtis Gerald (1987)
“Análisis Numérico”
Editorial Representaciones y Servicios de Ingeniería- México

- Dale Seymour y Margaret Shedd (1981)
“Diferencias Finitas: una técnica para resolver problemas”
C.E.C.S.A – México- 1981

- Juan Foncuberta (1999)
Apuntes tomados de sus
“Debates sobre la Enseñanza de la matemática”
realizados en el **I.N.S.P.T.** dependiente de la U.T.N.

- N. Piskunov (1991)
Cálculo diferencial e integral
Grupo Noriega Editores/ Uteha – México

- **Textos varios** extraídos de manuales de programas, fascículos y archivos de Internet