MAPAS DE CAMPO Y EQUIPOTENCIALES

INDICE

1. CAMPOS VECTORIALES. LÍNEAS DE CAMPO. EQUIPOTENCIALES.

Sea un vector **A** cuyas componentes sean función de las coordenadas x,y,z.. Se obtiene para cada punto P(x,y,z) de la región considerada un vector **A**. Ellos componen un campo vectorial (campo de fuerzas, velocidades, eléctrico, magnético).

Dado un campo vectorial, se llama **líneas de campo** a las líneas que en cada punto son tangentes al vector que pasa por el mismo. Según la Fig. 1 debe cumplirse:

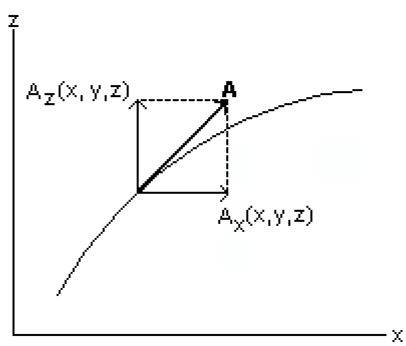

Fig.1

$$\frac{dz}{dx} = \frac{A_z(x,y,z)}{A_x(x,y,z)} \Rightarrow \frac{dz}{A_z(x,y,z)} = \frac{dx}{A_x(x,y,z)}$$

Generalizando para tres dimensiones:

$$\frac{dx}{A_x} = \frac{dy}{A_y} = \frac{dz}{A_z} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{A_y}{A_x}; \frac{dz}{dx} = \frac{A_z}{A_x}$$

Si se trata de un campo vectorial en el plano , $A_x = A_x(x,y)$, $A_y = A_y(x,y)$, $A_z = 0$, la ecuación diferencial de la línea de campo es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A_y(x,y)}{A_x(x,y)} \qquad \textbf{[Ecuación 1]}$$

En este caso existen siempre las trayectorias ortogonales a las mismas, llamadas **líneas equipotenciales**, cuya ecuación diferencial, puesto que los coeficientes angulares de direcciones perpendiculares deben ser inversos y de signo contrario, resulta:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{A_x(x,y)}{A_y(x,y)} \qquad \textbf{[Ecuación 2]}$$

En el espacio no siempre existen trayectorias ortogonales a las líneas de campo.

En algunos problemas es conveniente expresar las componentes del vector en **cilíndricas** (polares sí se trata de un campo vectorial en el plano), en función de las coordenadas r, θ. Según la figura debe cumplirse :

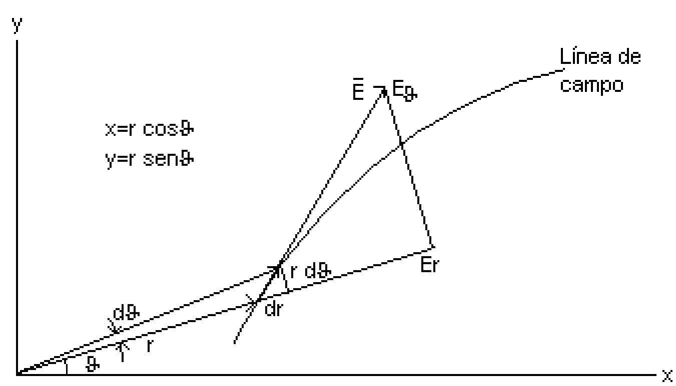

Fig. 2

Comparando triángulos obtenemos

$$\frac{dr}{rd\theta} = \frac{E_r}{E_\theta}$$

de donde resulta la ecuación diferencial de la línea de campo en polares:

$$\frac{dr}{d\vartheta} - r\frac{E_r}{E_\vartheta} = 0$$ **[Ecuación 3]**

INDICE