PRÁCTICA Nº9

Números Naturales y Enteros (Parte II):
Teorema Chino del Resto y Sistemas de numeración.

1.- ALGORITMO CHINO DEL RESTO.

Por último vamos a implementar el algoritmo Chino del Resto que nos permitirá resolver sistemas de congruencias.

Ejemplo 1:

Resolver el siguiente sistema de congruencias:

$$x \equiv 1 \bmod 2$$
$$x \equiv 1 \bmod 3$$
$$x \equiv 3 \bmod 5$$
$$x \equiv 4 \bmod 7$$
$$x \equiv 3 \bmod 13$$

<u>SOLUCIÓN:</u>

PROGRAMA	COMENTARIOS
n=5;	Número de congruencias.
a=Table[0,{i,n}];	Tabla para los a_i
p=Table[0,{i,n}];	Tabla para los p_i
a[[1]]=1; **a[[2]]=1;** **a[[3]]=3;** **a[[4]]=4;** **a[[5]]=3;** **p[[1]]=2;** **p[[2]]=3;** **p[[3]]=5;** **p[[4]]=7;** **p[[5]]=13;**	Introducimos las congruencias.
M=Table[0,{i,n}];	Tabla para los M_i
M[[1]]=1; **For[f=2,f<n+1,f++,M[[f]]=M[[f-1]]*p[[f-1]];];**	**PASO 1**
u=Table[0,{i,n}];	Tabla para los u_i

For[k=1, k<n+1,k++, **cont=1;** **While [Mod[cont*M[[k]],p[[k]]] > 1,cont=cont+1;];** **u[[k]]=cont;** **];**	**PASO 2**
b=Table[0,{i,n}];	Tabla para los b_i
w=Table[0,{i,n}];	Tabla para los w_i
b[[1]]=Mod[a[[1]],p[[1]]]; **For [f=2,f<n+1,f++,** **w[[f]]=Mod[(a[[f]]-b[[f-1]])*u[[f]],p[[f]]];** **b[[f]]=b[[f-1]]+w[[f]]*M[[f]];** **];**	**PASO 3**
Print["Sistema de congruencias:"]; **For [f=1, f<n+1,f++,Print["x = ",a[[f]]," mod ",p[[f]]];];** **Print ["Solución: x = ", b[[n]]];**	Muestra la solución.

Ejercicio 1:

Resolver los siguientes sistemas de congruencias:

a)

$$x \equiv 2 \bmod 3$$
$$x \equiv 5 \bmod 7$$
$$x \equiv 6 \bmod 11$$
$$x \equiv 15 \bmod 17$$

b)

$$x \equiv 0 \bmod 3$$
$$x \equiv 5 \bmod 7$$
$$x \equiv 51 \bmod 100$$

Solución:

2.- CAMBIAR DE DECIMAL A CUALQUIER OTRA BASE.

Primero resolveremos el problema para una base **b** de la forma:

$$1 < b < 10$$

para ello utilizaremos la sencilla rutina del ejemplo.

Ejemplo 2:

Expresar 189 en base 7.

SOLUCIÓN:

PROGRAMA	COMENTARIOS
n=189;	Nº en decimal.
b=7;	Base en la cual queremos expresarlo.
numb="";	
While[n>0, **numb=StringJoin[ToString[Mod[n,b]],numb];** **n=Quotient[n,b];** **];**	Bucle que realiza las sucesivas divisiones.
Print[numb]	Salida de resultados.

Si queremos cambiar a cualquier base, tendremos primero que buscar símbolos o caracteres alfanuméricos, que representen los números mayores que 9. Usualmente se suelen asignar de la siguiente forma:

A = 10
B = 11
C = 12
...
...

Teniendo en cuenta los nuevos símbolos, resolvemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3:

Expresar 65530 en base 16.

SOLUCIÓN:

PROGRAMA	COMENTARIOS
n=65530;	Nº en decimal.
b=16;	Base en la cual queremos expresarlo.
numb="";	
While[n>0, **If[Mod[n,b]<10,** **numb=StringJoin[ToString[Mod[n,b]],numb];** **n=Quotient[n,b];** **,**	Bucle que realiza las sucesivas divisiones.

If[Mod[n,b]==10, numb=StringJoin["A",numb]]; **If[Mod[n,b]==11, numb=StringJoin["B",numb]];** **If[Mod[n,b]==12, numb=StringJoin["C",numb]];** **If[Mod[n,b]==13, numb=StringJoin["D",numb]];** **If[Mod[n,b]==14, numb=StringJoin["E",numb]];** **If[Mod[n,b]==15, numb=StringJoin["F",numb]];**	Debe de existir una línea de estás por cada carácter nuevo que usemos. (Sólo para bases mayores que 10)
If[Mod[n,b]>15, Print["Rutina no preparada"]]; **n=Quotient[n,b];** **];** **];**	Este ejemplo no está preparado para bases superiores a 16.
Print[numb]	Salida de resultados.

Ejercicio 2:

Expresar 12056 en base 2,5,12,14 y 16.

Solución:

3.- CAMBIAR DE CUALQUIER BASE A DECIMAL.

Al igual que antes, primero resolveremos el problema para una base **b** de la forma:

$$1 < b < 10$$

utilizando una sencilla rutina de ejemplo.

Ejemplo 4:

Expresar $(101010101111)_2$ en base 10.

SOLUCIÓN:

PROGRAMA	COMENTARIOS
n=101010101111;	Nº en base b que queremos pasar a decimal.
b=2; **cont=0;** **numdec=0;**	Base que la que está expresada n

While[n>0,
    numdec=(Mod[n,10]*(b^cont))+ numdec;
    cont=cont+1;
    n=Quotient[n,10]
];
	Bucle que calcula el número en decimal.

numdec	Salida de resultados.

Si queremos cambiar desde cualquier base, de la misma forma que antes tenemos que considerar símbolos que representen los números mayores o iguales que 10. Además para introducir el número, que pasamos a decimal, en el ordenador lo haremos utilizando una lista con las cifras correspondientes, así por ejemplo, $(12a03)_{12}$ lo introduciremos:

num={1,2,a,0,3};
b=12;

Utilizando estas ideas la rutina del siguiente ejemplo nos resuelve el problema.

Ejemplo 5:

Calcular $(ffff)_{16}$ en base 10.

SOLUCIÓN:

PROGRAMA	COMENTARIOS
a=10; **b=11;** **c=12;** **d=13;** **e=14;** **f=15;**	Valores de los símbolos nuevos que usamos.
num={f,f,f,f};	Nº expresado en base b que

	queremos pasar a decimal.
base=16;	Base en la que está expresado num.
cont=0; **numdec=0;** **n=Length[num];**	

For[j=n,j>0,j--,
    numdec=(num[[j]]*(base^cont))+ numdec;
    cont=cont+1;
];
	Bucle que realiza los cálculos

Numdec	Salida de resultados.

<u>Ejercicio 3:</u>

Expresar $(ade)_{16}$, $(af10e)_{17}$, $(g124de)_{18}$, $(100)_{13}$ y $(10203)_4$ en base 10 y en base 5.

<u>**Solución:**</u>