

Многосвязные вращающиеся спиральные структуры в объеме обращающего волновой фронт зеркала.

А.Ю.Окулов

Институт общей физики РАН, ул.Вавилова, 38,119991, Москва, Российская Федерация

Р.А.Захарян

Тарусский филиал института Общей физики РАН, ул.Энгельса, 6, 249100, г.Таруса Калужской обл.

Обращающие волновой фронт зеркала на Мандельштам-Бриллюэновском рассеянии проанализированы с точки зрения сохранения момента импульса излучения. При помощи трехволновой системы уравнений, связывающей поля накачки, стоксовой волны и акустического поля показано, что интерференция оптического вихря (фазовой сингулярности) волны накачки со встречным фазово-сопряженным вихрем стоксовой волны формирует спиральную интерференционную картину, вращающуюся с угловой частотой, равной частоте гиперзвуковой волны. Вращающаяся интерференционная картина посредством электрострикции раскачивает акустическую спиральную волну, переносящую орбитальный момент импульса. Стандартная квантовомеханическая интерпретация ВРМБ, использующая законы сохранения энергии и импульса взаимодействующих оптических фотонов и акустических фононов дополняется описанием передачи орбитального момента импульса от фотона накачки встречному стоксову фотону и спиральному акустическому фонону, представляющему собой круговое движение среды вокруг фазовой сингулярности.

PACS: 42.50.Tx 42.65.Hw 42.65.Es 42.65.Sf 42.55.-f

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Фазовые сингулярности световых волн представляют значительный интерес с точки зрения оптической обработки информации [1] и квантовых вычислений [2]. Фазовое сопряжение оптических пучков Лагерра-Гаусса (LG), обладающих фазовой сингулярностью и переносящих орбитальный момент импульса величиной \hbar на фотон, при помощи резонансной нелинейности холодных атомов цезия [3] методом невырожденного четырехволнового смешения рассматривалось как возможный и весьма эффективный метод записи суперпозиционного состояния фотонов с различными проекциями орбитального момента на направление распространения [4] в ансамбле холодных атомов с целью последующего считывания квантового состояния [5]. Отражение пучка Лагерра-Гаусса микроваттной мощности с эффективностью порядка 0.001 от ансамбля из 10^7 атомов цезия, захваченных в оптическую ловушку при температуре $T = 10^{-3} K$ было проанализировано с точки зрения сохранения момента импульса и был сделан вывод о возбуждении циркулярного движения газа холодных атомов вокруг фазовой сингулярности [3]. Аналогичным образом было проанализировано сохранение момента импульса в Мандельштам-Бриллюэновском (ВРМБ) зеркале при отражении с обращением волнового фронта многомодового излучения, прошедшего через фазовую пластинку [6] и при отражении одиночного пучка Лагерра-Гаусса [7]. В последнем случае было предложено использовать вращающуюся спиральную интерференционную картину взаимодействия LG со своим фазово-сопряженным пучком для возбуждения спиральных акустических волн внутри оптоакустической ячейки [8]. В настоящей работе этот подход развивается для анализа мелкомасштабной спиральной интерференционной картины встречных волн в ВРМБ зеркале с продольным (вдоль оси распространения) периодом порядка $\lambda/2$. Такая интерференционная картина возникает вокруг фазовой сингулярности (оптической вихревой линии) и приводит во вращение нелинейную среду вокруг фазовой сингулярности.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

Традиционное описание фазового сопряжения стоксовой волны при ВРМБ в прозрачном диэлектрике основывается на модели брэгговского отражения от движущейся со скоростью v_{ac} решетки гиперзвука с периодом $\lambda_p/2$ [9]. Данный механизм отражения обеспечивает сохранение энергии при рассеянии фотона накачки с энергией $\hbar\omega_p$ на акустическом фононе с энергией $\hbar\omega_{ac}$ с образованием стоксова фотона с энергией $\hbar\omega_s$. Сохранение импульса $\vec{p} = \hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_{ac}$ соответствует возникновению стоксова фотона с импульсом $\hbar\vec{k}_s$, движущегося навстречу фотону накачки и акустического фонона, уносящего удвоенный импульс $\hbar\vec{k}_{ac} = \hbar\vec{k}_p + \hbar\vec{k}_s$ в направлении распространения волны накачки z . В классических терминах изменение частоты происходит вследствие нормального эффекта Допплера, понижающего частоту ω_s рассеянного (стоксова) излучения за счет отражения от движущейся со скоростью v_{ac} звуковой решетки на величину частоты гиперзвука $\omega_{ac} = 2\omega_p n v_{ac}/c$, где c - скорость света в вакууме, n - показатель преломления диэлектрика. Сдвиг частоты оказывается небольшим, порядка 10^{-5} от несущей [14], поэтому условие Брэгга приводит к тому, что период звуковой решетки оказывается равным с такой же точностью половине световой длины волны $\lambda_p/2$. Именно это обстоятельство играет ключевую роль при образовании спиральной интерференционной картины вокруг оптической вихревой линии (т.е. фазовой дислокации или нуля амплитуды светового поля) [7] (рис. 1).

Нули амплитуды световой волны образуются при прохождении через фазовую пластинку с хаотической модуляцией толщины пластинки. Характерный размер фазовой неоднородности в поперечном сечении подбирается в районе $15 - 50 \mu m$ [10], что приводит к случайному наклону волнового вектора \vec{k}_p при смещении в плоскости фазовой пластинки (в плоскости $[x, y]$), т.е. к уширению пространственного спектра волны накачки, в результате чего волновые вектора Фурье-компонент случайным образом заполняют телесный угол $\Theta \approx 10^{-1} \div 10^{-2} rad$. В этом случае комплексная амплитуда спекл-неоднородного поля на входе в ВРМБ-зеркало может записана в виде многомодового случайного поля [11, 12]:

$$E_p(\vec{r}, z = 0) \approx E_p^o \sum_{0 < j_x, j_y < N_g} A_{j_x, j_y} \times \exp \left[i2\pi \left\{ \frac{x \cdot j_x}{p_x} \kappa_{j_x} + \frac{y \cdot j_y}{p_y} \kappa_{j_y} + i\theta_{j_x, j_y} \right\} \right], \quad (1)$$

где случайные фазы θ_{j_x, j_y} представляют собой случайные числа из интервала $[0, \pi]$, A_{j_x, j_y} есть действительные амплитуды пространственных гармоник, p_x, p_y - максимальный размер поля в плоскости $[x, y]$, $\vec{r} = (x, y) = (r, \phi)$, j_x, j_y - целые числа в диапазоне $N_g = 1 \div (16, 32, 64)$ перенумеровывающие пространственные гармоники. Случайные числа $\kappa_{j_x} = p_x/p'_{j_x}$ и $\kappa_{j_y} = p_y/p'_{j_y}$ однородно распределенные в малом интервале вблизи 1 обеспечивают случайный наклон волновых векторов пространственных Фурье-компонент в телесном угле $\Theta \approx 10^{-1} \div 10^{-2} rad$. Для параксиального распространения в свободном пространстве в приближении заданной волны накачки можно выписать точное решение задачи Коши в произвольной плоскости, перпендикулярной оси z [18]:

$$E_p(\vec{r}, z > 0) \approx E_p^o \exp(ik_p z) \sum_{0 < j_x, j_y < N_g} \exp[i\theta_{j_x, j_y}] A_{j_x, j_y} \cdot \exp \left[i2\pi \left\{ \frac{x \cdot j_x}{p'_{j_x}} + \frac{y \cdot j_y}{p'_{j_y}} + \frac{z}{2k_p} \left(\frac{j_x^2}{p'_{j_x}{}^2} + \frac{j_y^2}{p'_{j_y}{}^2} \right) \right\} \right], \quad (2)$$

Нелинейный режим, учитывающий взаимодействие встречных волн на стрикционной нелинейности, описывается укороченными уравнениями Максвелла с нелинейной поляризацией в правой части [9]. Линейно поляризованная волна накачки E_p движется в положительном направлении оси Z , в то время как отраженная стоксова волна E_s с той же поляризацией движется в противоположном направлении, создавая набор случайно расположенных спиральных интерференционных картин (рис. 2). Уравнения для E_p, E_s и акустического поля Q в цилиндрических координатах (z, r, f, t) , совмещенных с оптической вихревой линией, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial E_p(z, r, \phi, t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{i}{2k_p} \Delta_{\perp} E_p = \frac{i\gamma\omega_p}{4\rho_0 n c} Q E_s, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_s(z, r, \phi, t)}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial E_s}{\partial t} - \frac{i}{2k_s} \Delta_{\perp} E_s = -\frac{i\gamma\omega_s}{4\rho_0 n c} E_p Q^*, \quad (4)$$

$$v_{ac} \frac{\partial Q(z, r, \phi, t)}{\partial z} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\Gamma Q}{2} = \frac{i\gamma k_a^2}{16\pi\omega_a c} E_p E_s^*, \quad (5)$$

где $\gamma = \rho(\partial\epsilon/\partial\rho)_S$ - стрикционная константа связи, ρ_0 - плотность среды [15].

3. КАЧЕСТВЕННАЯ СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ.

Можно выделить два характерных случая: пространственно-одномодовое ВРМБ, типичное для рассеяния в волноводе с малым числом Френеля и многомодовое рассеяние [10, 14], реализуемое с помощью случайной фазовой пластинки, многомодового световода и линзы, доставляющей спекл-неоднородное поля на входной торец световода. Принимая во внимание вытянутость неоднородностей спекл-поля вдоль оси Z [9], где $\langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ - средний размер неоднородности вдоль спекла, $\langle D \rangle^2$ - средний размер в поперечной плоскости, можно выписать аналитическое выражение для комплексной амплитуды прямой E_p и обратной волн E_s как вблизи фазовой сингулярности с топологическим зарядом ℓ , так и вблизи светлого пятна, где профиль фазы описывается гладкой функцией $\chi(z, r)$:

$$E_{(p,s)}(z, r, \phi, t) = E_{p,s}^o r^\ell \exp[-i\omega_{(p,s)}t \pm ik_{(p,s)}z + \chi(z, r) \pm i\ell\phi] f(r, z), \quad (6)$$

где $f(r, z)$ - гладкая функция без нулей, вытянутая вдоль оси z , с характерными масштабами по осям $\langle z \rangle$ и $\langle D \rangle$. В случае одномодового рассеяния интерференционная картина в окрестности фазовой сингулярности, образованная двумя прямолинейно распространяющимися встречными волнами LG описывается следующей формулой [7]:

$$I_{light} \approx |E(z, r, \phi, t)|^2 = |E_p(z, r, \phi, t) + E_s(z, r, \phi, t)|^2 \approx 2 |E_{p,s}^o|^2 [1 + \cos[(\omega_p - \omega_s)t - (k_p + k_s)z + 2\ell\phi]] r^{2\ell} \exp\left[-\frac{2r^2}{D^2(1 + z^2/(k_p^2 D^4))}\right]. \quad (7)$$

В окрестности яркого пятна, где топологический заряд равен нулю ($\ell = 0$) интерференционная картина имеет вид обычной брэгговской решетки [7]:

$$I_{light} \approx |E(z, r, \phi, t)|^2 = |E_p(z, r, \phi, t) + E_s(z, r, \phi, t)|^2 \approx 2 |E_{p,s}^o|^2 [1 + \cos[(\omega_p - \omega_s)t - (k_p + k_s)z]] \exp\left[-\frac{2r^2}{D^2(1 + z^2/(k_p^2 D^4))}\right]. \quad (8)$$

При пространственно-многомодовом рассеянии поле накачки E_p образовано набором плоских волн с волновыми векторами, лежащими в телесном угле $\Theta \approx 10^{-1} \div 10^{-2} rad$. Интерференция плоских волн дает в плоскости $[x, y]$ набор точек, где амплитуда поля обращается в нуль. В малой окрестности этих особых точек распределение фазы образует винтовую лестницу [1, 9], так что при обходе такой особой точки по замкнутому контуру фаза меняется на $\Delta\phi = \pm 2\ell\pi$, где знак $\pm\ell$ определяет направление закручивания фазовой поверхности. Физический смысл такого поведения фазы заключается в потоке энергии вокруг фазовой сингулярности. Кроме компоненты вектора Пойнтинга вдоль оси S_z существует тангенциальная компонента S_θ , описывающая поток энергии и импульса электромагнитного поля по часовой стрелки или против нее в зависимости от знака топологического заряда оптической сингулярности $\pm\ell$. В подавляющем большинстве случаев сингулярности образуют пары с противоположными зарядами [6, 16]. При смещении вдоль оси Z комплексная амплитуда пересчитывается по формуле (2). При этом смещении нули амплитуды двигаются по криволинейным траекториям [6, 16], образуя т.н. "оптические вихревые линии". Характерная длина оптической вихревой линии порядка "френелевской длины" $\langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ [9], так что на длине световода $L \gg \langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ происходит многократное рождение и взаимная аннигиляция вихревых пар (рис. 3) [6, 16]. Результат интерференции двух встречных многомодовых спекл-полей с учетом мелко-масштабной структуры на "брэгговском" масштабе $\lambda_p/2$ рассчитывался численно по следующей формуле:

$$I(\vec{r}, z > 0) \approx |E_p(\vec{r}, z) + E_s(\vec{r}, z)|^2, \quad (9)$$

куда подставлялись распределения, полученные суммированием рядов Фурье для E_p и $E_s(z, x, y) = E_p(z, x, y)^*$. Полученная таким способом "продольная развертка" оптического спекла показывает, что

оптические вихревые линии закручиваются друг вокруг друга (рис. 4). Таким образом, имеет место не только поток энергии-импульса вокруг каждой вихревой линии, но и взаимное "обвивание" вихревых линий. Несмотря на статистический характер оптического спекла, такие образования воспроизводятся от одной статистической реализации полей E_p и E_s к другой. Такие спекл-образования оказываются структурно-устойчивыми, несмотря на то, что размеры $\langle z \rangle$ и $\langle D \rangle$ меняются случайным образом. Результат оказывается весьма неожиданным, поскольку в предшествующих работах фазовые сингулярности визуализировались методом смещения спекл-поля с плоской волной [16], который не дает возможности получить контраст, достаточный для визуализации данного эффекта. Предложенный в данной работе метод визуализации вихревых линий в спекл-поле (формулы 2, 9) существенным образом опирается на смещение спекла со встречной фазово-сопряженной волной.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В настоящей работе показано, что сохранение орбитального момента импульса (порядка \hbar на каждый фотон), локализованного вблизи оптической фазовой сингулярности является причиной возникновения спиральной интерференционной картины вокруг особых линий спекл-поля. Расщепление частот волн накачки и встречной фазово-сопряженной волны приводит к вращению этой картины вокруг сингулярности со звуковой частотой ω_{ac} . Продольная интерференционная картина, полученная гетеродинированием спекла накачки с комплексно-сопряженным спеклом демонстрирует нетривиальную топологию оптических вихревых линий (рис. 4). Полученные результаты представляют интерес не только для уточнения механизма работы традиционных ОВФ-зеркал на стрикционной [9, 10] или фоторефрактивной нелинейностях [20], но и с точки зрения квантовой оптики ультрахолодных атомов [2, 3, 5]. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 08-02-01229.

Список литературы

1. M.S.Soskin and M.V.Vasnetsov, "Progress in Optics", **42**, pp. 219-276, ed. E.Wolf (Amsterdam: Elsevier)(2001).
2. M.Fleischhauer, A.Imamoglu and J.P.Marangos, Rev.Mod.Phys., **77**, 63 (2005).
3. D.V.Petrov and J.W.R.Tabosa, Phys. Rev. Lett. **83**, 4967(1999).
4. J.Leach, M.J.Padgett, S.M.Barnett, S.Franke-Arnold, and J.Courtial, Phys. Rev. Lett. **88**, 257901 (2002).
5. S. Barreiro and J. W. R. Tabosa, Juan P. Torres, Yana Deyanova, and Lluís Torner, Optics Letters, **29**, 1515 (2004).
6. А.Ю.Окулов, Письма в ЖЭТФ, **88**, с.561 (2008).
7. А.Ю.Окулов, J.Phys.B., **41**, p.101001 (2008).
8. В. П.Жаров , В. С.Летохов, Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. Москва, Наука, (1984).
9. Б. Я.Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, В. В.Шкунов, Обращение волнового фронта. Москва, Наука, 248с., (1985).
10. В. В. Рагульский, Обращение волнового фронта. Москва, Наука (1990).
11. С. А.Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С.Чиркин, Введение в статистическую радиофизику и оптику. Москва, Наука, с.199, § 10,(1981).
12. А.Ю.Окулов, J.Mod.Opt., **38**, N.10, p.1887(1991).
13. J-L.Thomas and R.Marchiano, Phys. Rev. Lett. **91**, 244302(2003).
14. Н. Г.Басов, И. Г.Зубарев, А. Б.Миронов, С. И.Михайлов, А. Ю.Окулов, ЖЭТФ, **79**, вып.11, с.1678 (1980).
15. R.W.Boyd, K.Rzazewsky and P.Narum, Phys.Rev.A, **42**, 5514(1990).
16. Н. Б.Баранова, Б. Я.Зельдович, А. В.Мамаев, Н. Ф. Пилипецкий, В. В.Шкунов, ЖЭТФ, **83**, с.1702 (1982).
17. J.W.R.Tabosa and A.Lezama, J.Phys.B., **40**, 2809(2007).
18. А.Ю.Окулов, JOSA, **В7**, p.1045 (1990).
19. А.Ю.Окулов, J.Mod.Opt., **55**, N.2, p.241-257(2008).
20. А. В. Мамаев, J.Saffman and A.A.Zozulya , Phys.Rev. A, **56**, R1713(1996).

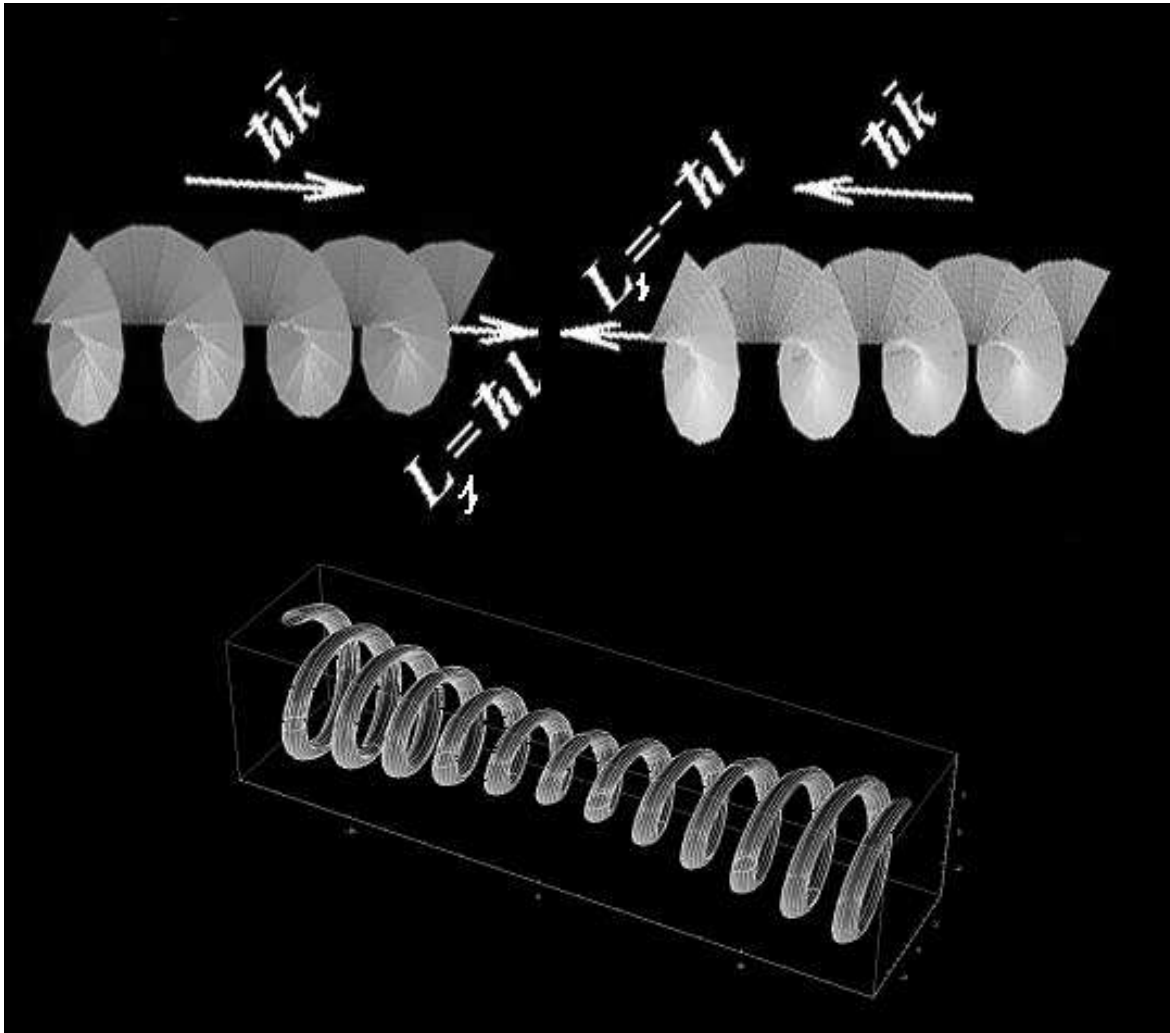


Рис.1. Механизм образования спиральной интерференционной картины. Оптический фотон с линейной поляризацией и правовинтовым фазовым фронтом, обладающий орбитальным моментом импульса \hbar отражается от обращаемого волновой фронт зеркала. При этом происходит распад фотона накачки с импульсом $\hbar k_p$ на стоксов фотон с противоположно направленным импульсом $\hbar k_s$ и акустический фотон с практически удвоенным импульсом $\hbar k_{ac} \approx 2 \cdot \hbar k_p$. Стоксов фотон имеет фазо-сопряженную волновую функцию, в результате проекция его орбитального момента на ось z противоположна. Сохранение момента импульса требует, чтобы акустический фотон переносил удвоенный орбитальный момент $\hbar k_{ac} = 2 \cdot \hbar k_p$. Интерференция волновых функций фотона накачки и стоксова фотона дает линии максимумов интерференционной картины в виде двойной спирали, вследствие зависимость фазы от азимутального угла. Показана поверхность постоянной интенсивности по уровню 0.8. Из-за расщепления частот фотона накачки и стоксова фотона интерференционная картина вращается с акустической угловой частотой ω_{ac} .

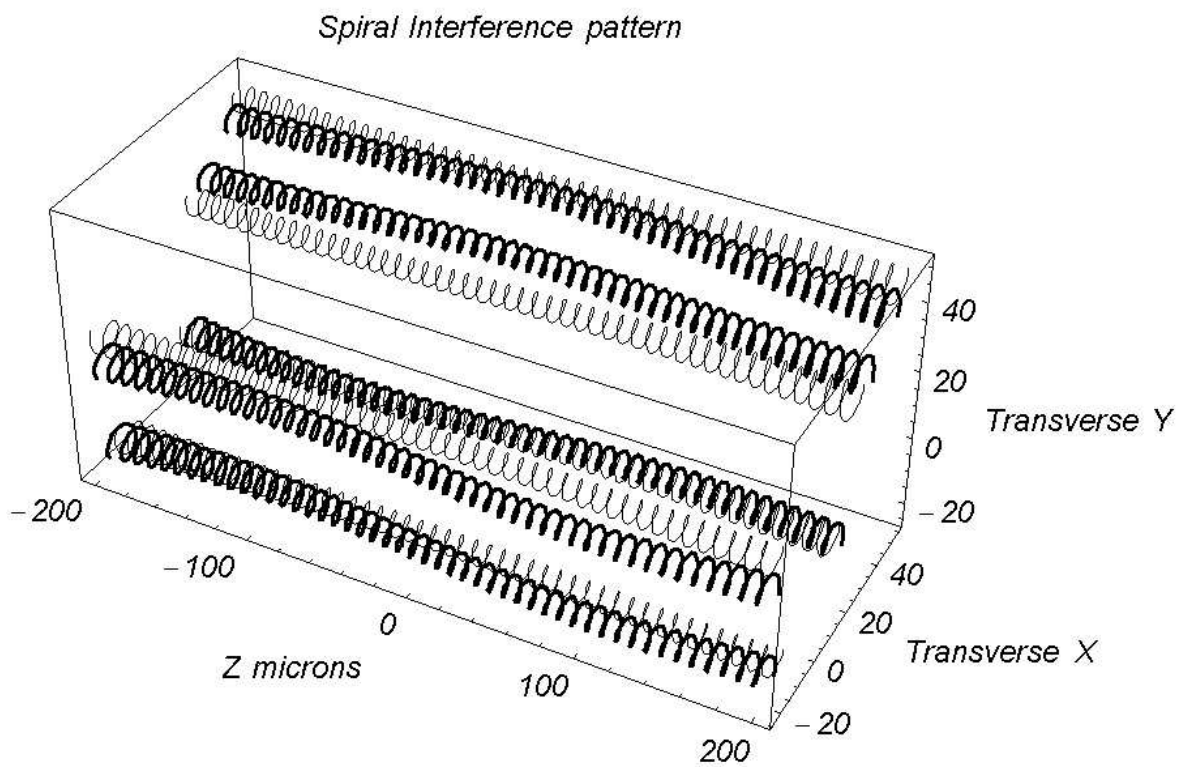


Рис.2. Мгновенный численный снимок максимумов интерференционной картины в малом объеме ОВФ-зеркала $40 \times 40 \times 200 \mu\text{m}$. Показано 5 пар спиральных картин, случайно расположенных в плоскости $[x, y]$. Длина объема $\langle z \rangle = 200 \mu\text{m}$ меньше френелевской для данной статистической реализации. При этом оси спиралей не являются прямолинейными, а изгибаются на характерном продольном масштабе $50 \mu\text{m} \div 100 \mu\text{m}$.

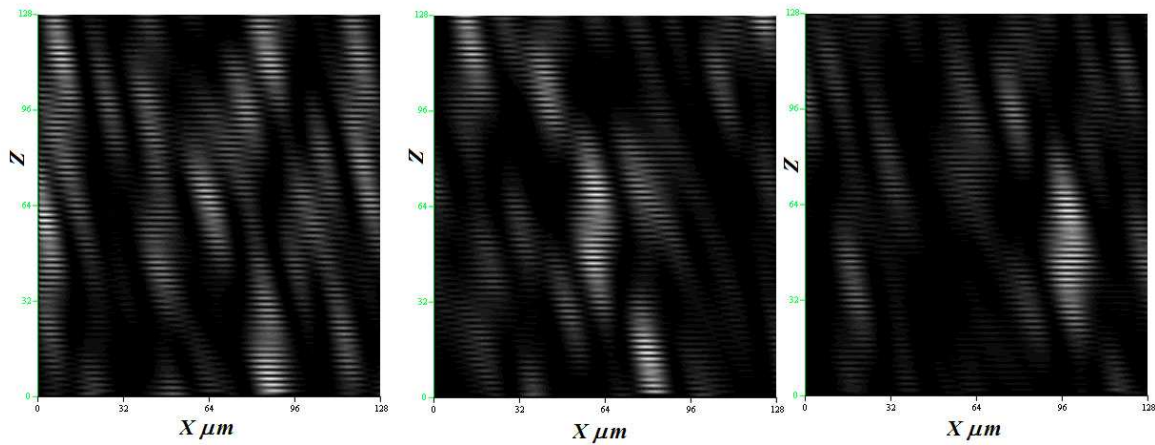


Рис.3. Полученное численным моделированием распределение интенсивности света в малом объеме спекл-поля внутри ОВФ зеркала в плоскостях X, Z разнесенных на расстояния $Y = 32, 64, 96 \mu m$. Средний поперечный размер спекла $\langle D \rangle \approx 20 \mu m$. Средний продольный размер спекла ("френелевская длина") $\langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda \approx 400 \mu m$. Полный размер данного фрагмента спекл-поля - $128 \mu m$ в поперечном сечении X, Z . Период продольной модуляции спекла $\cos[(k_p + k_s)z]$, вызванной интерференцией встречных волн увеличен на данном фрагменте в 32 раза в целях визуализации.

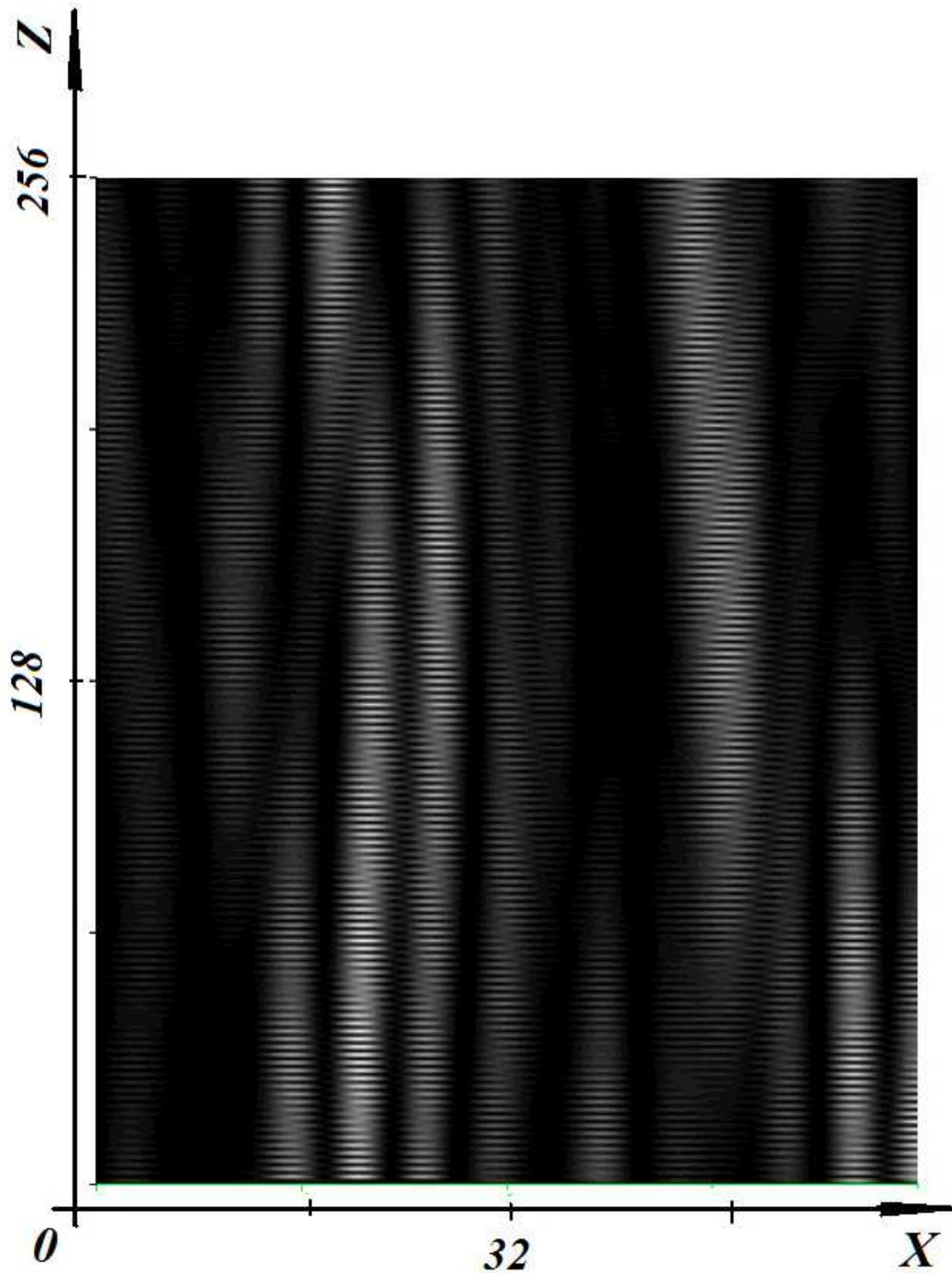


Рис.4. Увеличенный фрагмент интерференционной картины с рис.3. Оптические вихревые линии имеют характерную длину порядка френелевской $\langle z \rangle$. На этой длине имеет место многократный изгиб каждой вихревой линии. Кроме этого, происходит взаимное переплетение вихревых линий.